

**EXERCICE 3A.1**

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n = 6$  et  $p = 0,1$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	Total
$p(X = x_i)$								

b. A l'aide du tableau, déterminer :

$$\rightarrow p(X \leq 2) =$$

$$\rightarrow p(X > 0) =$$

c. Déterminer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

$$\rightarrow E(X) =$$

$$\rightarrow \sigma(X) =$$

**EXERCICE 3A.2**

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n = 10$  et  $p = 0,3$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
$p(X = x_i)$												

b. A l'aide du tableau, déterminer :

$$\rightarrow p(X \leq 2) =$$

$$\rightarrow p(X > 0) =$$

c. Déterminer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

$$\rightarrow E(X) =$$

$$\rightarrow \sigma(X) =$$

**EXERCICE 3A.3**

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n = 9$  et  $p = 0,5$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
$p(X = x_i)$											

b. A l'aide du tableau, déterminer :

$$\rightarrow p(X < 5) =$$

$$\rightarrow p(X \geq 8) =$$

c. Déterminer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

$$\rightarrow E(X) =$$

$$\rightarrow \sigma(X) =$$

**EXERCICE 3A.4**

Soit une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi binomiale  $B(n, p)$ . Compléter le tableau suivant :

Evénements :	$B(3 ; 0,25)$	$B(7 ; 0,35)$	$B(15 ; 0,04)$
Obtenir 2 succès			
Obtenir 5 succès			
Obtenir au moins 2 succès			
Obtenir au plus 1 succès			

**EXERCICE 3A.5**

Soit une variable aléatoire  $X$  qui correspond au nombre de « succès » dans une série d'épreuves. Traduire mathématiquement chaque phrase :

**Exemple** : « La probabilité d'obtenir au moins 5 succès » :  $p(X \geq 5)$

a. « La probabilité d'obtenir au moins 3 succès » :

b. « La probabilité d'obtenir au plus 2 succès » :

c. « La probabilité d'obtenir moins de 5 succès » :

d. « La probabilité d'obtenir 4 succès ou plus » :

e. « La probabilité d'obtenir plus de 2 succès » :

f. « La probabilité d'obtenir exactement 7 succès » :

g. « La probabilité d'obtenir 1 succès ou moins » :

h. « La probabilité de n'obtenir aucun succès » :

i. « La probabilité d'obtenir 6 succès au moins » :

j. « La probabilité d'obtenir 1 succès au plus » :

## CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET



## EXERCICE 3A.1

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n = 6$  et  $p = 0,1$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$$p(X = 0) = \binom{6}{0} \times 0,1^0 \times (1-0,1)^6 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 0) = 0,531441$$

$$p(X = 1) = \binom{6}{1} \times 0,1^1 \times (1-0,1)^5 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 1) = 0,354294$$

$$p(X = 2) = \binom{6}{2} \times 0,1^2 \times (1-0,1)^4 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 2) = 0,098415$$

$$p(X = 3) = \binom{6}{3} \times 0,1^3 \times (1-0,1)^3 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 3) = 0,01458$$

$$p(X = 4) = \binom{6}{4} \times 0,1^4 \times (1-0,1)^2 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 4) = 0,001215$$

$$p(X = 5) = \binom{6}{5} \times 0,1^5 \times (1-0,1)^1 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 5) = 0,000054$$

$$p(X = 6) = \binom{6}{6} \times 0,1^6 \times (1-0,1)^0 = \text{BinomFDP}(6, 0,1, 6) = 10^{-6}$$

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	Total
$p(X = x_i)$	0,531441	0,354294	0,098415	0,01458	0,001215	0,000054	$10^{-6}$	1

$$\text{c. } \rightarrow E(X) = np = 6 \times 0,1 = 0,6 =$$

$$\text{b. } \rightarrow p(X \leq 2) = 0,98415$$

$$\rightarrow p(X > 0) = 0,468559$$

$$\rightarrow \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{6 \times 0,1 \times 0,9} \approx 0,735$$

## EXERCICE 3A.2

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n = 10$  et  $p = 0,3$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$$p(X = 0) = \binom{10}{0} \times 0,3^0 \times (1-0,3)^{10} = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 0) = 0,0282$$

$$p(X = 1) = \binom{10}{1} \times 0,3^1 \times (1-0,3)^9 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 1) = 0,1211$$

$$p(X = 2) = \binom{10}{2} \times 0,3^2 \times (1-0,3)^8 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 2) = 0,2335$$

$$p(X = 3) = \binom{10}{3} \times 0,3^3 \times (1-0,3)^7 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 3) = 0,2668$$

$$p(X = 4) = \binom{10}{4} \times 0,3^4 \times (1-0,3)^6 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 4) = 0,2001$$

$$p(X = 5) = \binom{10}{5} \times 0,3^5 \times (1-0,3)^5 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 5) = 0,1029$$

$$p(X = 6) = \binom{10}{6} \times 0,3^6 \times (1-0,3)^4 = \text{BinomFDP}(10, 0,3, 6) = 0,0368$$

$$p(X=7) = \binom{10}{7} \times 0,3^7 \times (1-0,3)^3 = \text{BinomFDP}(10,0,3,7) = 0,0090$$

$$p(X=8) = \binom{10}{8} \times 0,3^8 \times (1-0,3)^2 = \text{BinomFDP}(10,0,3,8) = 0,0014$$

$$p(X=9) = \binom{10}{9} \times 0,3^9 \times (1-0,3)^1 = \text{BinomFDP}(10,0,3,9) = 0,0001$$

$$p(X=10) = \binom{10}{10} \times 0,3^{10} \times (1-0,3)^0 = \text{BinomFDP}(10,0,3,10) = 0,000006$$

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
$p(X=x_i)$	0,0282	0,1211	0,2335	0,2668	0,2001	0,1029	0,0368	0,0090	0,0014	0,0001	$6 \times 10^{-6}$	

b. A l'aide du tableau, déterminer :

$$\rightarrow p(X \leq 2) = 0,0282 + 0,1211 + 0,2335 = 0,3828$$

$$= \text{BinomFRep}(10,0,3,2)$$

$$\rightarrow p(X > 0) = 1 - p(X=0) = 0,9718$$

c. Déterminer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

$$\rightarrow E(X) \approx 3$$

$$\rightarrow \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{10 \times 0,3 \times 0,7} \approx 1,449$$



### EXERCICE 3A.3

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale de paramètres  $n=9$  et  $p=0,5$ .

a. Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de  $X$  :

$$p(X=0) = \binom{9}{0} \times 0,5^0 \times (1-0,5)^9 = \text{BinomFDP}(9,0,5,0) = 0,0020$$

$$p(X=1) = \binom{9}{1} \times 0,5^1 \times (1-0,5)^8 = \text{BinomFDP}(9,0,5,1) = 0,0176$$

$$p(X=2) = \binom{9}{2} \times 0,5^2 \times (1-0,5)^7 = \text{BinomFDP}(9,0,5,2) = 0,0703$$

$$p(X=3) = \binom{9}{3} \times 0,5^3 \times (1-0,5)^6 = \text{BinomFDP}(9,0,5,3) = 0,1641$$

$$p(X=4) = \binom{9}{4} \times 0,5^4 \times (1-0,5)^5 = \text{BinomFDP}(9,0,5,4) = 0,2461$$

$$p(X=5) = \binom{9}{5} \times 0,5^5 \times (1-0,5)^4 = \text{BinomFDP}(9,0,5,5) = 0,2461$$

$$p(X=6) = \binom{9}{6} \times 0,5^6 \times (1-0,5)^3 = \text{BinomFDP}(9,0,5,6) = 0,1641$$

$$p(X=7) = \binom{9}{7} \times 0,5^7 \times (1-0,5)^2 = \text{BinomFDP}(9,0,5,7) = 0,0703$$

$$p(X=8) = \binom{9}{8} \times 0,5^8 \times (1-0,5)^1 = \text{BinomFDP}(9,0,5,8) = 0,0176$$

$$p(X=9) = \binom{9}{9} \times 0,5^9 \times (1-0,5)^0 = \text{BinomFDP}(9,0,5,9) = 0,0020$$

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
$p(X=x_i)$	0,002	0,0176	0,0703	0,1641	0,2461	0,2461	0,1641	0,0703	0,0176	0,002	1

b. A l'aide du tableau, déterminer :

$$\begin{aligned} \rightarrow p(X < 5) &= p(X = 0) + \dots + p(X = 4) \\ &= \text{BinomFRep}(9, 0.5, 4) = 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow p(X \geq 8) &= 1 - p(X \leq 7) \\ &= 1 - \text{BinomFRep}(9, 0.5, 7) = 0,0195 \end{aligned}$$

c. Déterminer l'espérance  $E(X)$  et l'écart-type  $\sigma(X)$ .

$$\rightarrow E(X) \approx 4,5$$

$$\rightarrow \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{9 \times 0,5 \times 0,5} = 1,5$$



#### EXERCICE 3A.4

Soit une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi binomiale  $B(n, p)$ . Compléter le tableau suivant :

Evénements :	$B(3, 0.25)$	$B(7, 0.35)$	$B(15, 0.04)$
Obtenir 2 succès	$p(X = 2)$ $\text{BinomFDP}(3, 0.25, 2)$ $= 0,140625$	$p(X = 2)$ $\text{BinomFDP}(7, 0.35, 2)$ $= 0,2985$	$p(X = 2)$ $\text{BinomFDP}(15, 0.04, 2)$ $= 0,0988$
Obtenir 5 succès	$p(X = 5)$ $\text{BinomFDP}(3, 0.25, 5)$ $= 0$ (impossible)	$p(X = 5)$ $\text{BinomFDP}(7, 0.35, 5)$ $\approx 0,0466$	$p(X = 5)$ $\text{BinomFDP}(15, 0.04, 5)$ $\approx 0,0002$
Obtenir au moins 2 succès	$p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1)$ $= 1 - \text{BinomFRep}(3, 0.25, 1)$ $= 0,15625$	$p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1)$ $= 1 - \text{BinomFRep}(7, 0.35, 1)$ $= 0,7662$	$p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1)$ $= 1 - \text{BinomFRep}(15, 0.04, 1)$ $= 0,1191$
Obtenir au plus 1 succès	$p(X \leq 1) = 1 - p(X \geq 2)$ $= 1 - 0,15625$ $= 0,84375$	$p(X \leq 1) = 1 - p(X \geq 2)$ $= 1 - 0,7662$ $= 0,2338$	$p(X \leq 1) = 1 - p(X \geq 2)$ $= 1 - 0,1191$ $= 0,8809$



#### EXERCICE 3A.5

Soit une variable aléatoire  $X$  qui correspond au nombre de « succès » dans une série d'épreuves.

Traduire mathématiquement chaque phrase :

**Exemple** : « La probabilité d'obtenir au moins 5 succès » :  $p(X \geq 5)$

a. « La probabilité d'obtenir au moins 3 succès » :  $p(X \geq 3)$

b. « La probabilité d'obtenir au plus 2 succès » :  $p(X \leq 2)$

c. « La probabilité d'obtenir moins de 5 succès » :  $p(X < 5) = p(X \leq 4)$

d. « La probabilité d'obtenir 4 succès ou plus » :  $p(X \geq 4)$

e. « La probabilité d'obtenir plus de 2 succès » :  $p(X > 2) = p(X \geq 3)$

f. « La probabilité d'obtenir exactement 7 succès » :  $p(X = 7)$

g. « La probabilité d'obtenir 1 succès ou moins » :  $p(X \leq 1)$

h. « La probabilité de n'obtenir aucun succès » :  $p(X = 0)$

i. « La probabilité d'obtenir 6 succès au moins » :  $p(X \geq 6)$

j. « La probabilité d'obtenir 1 succès au plus » :  $p(X \leq 1)$