EXERCICE 3B.1

James joue aux fléchettes. A chaque lancer, la probabilité pour qu'il touche la zone rapportant au moins 10 points est de 0,6. Il lance successivement 5 fléchettes.

On appelle X la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où il marquera au moins 10 points.

a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Quelle est la probabilité pour qu'il marque exactement 2 fois 10 points ?

c. Quelle est la probabilité pour qu'il marque moins de 2 fois 10 points ?

d. Quelle est la probabilité pour qu'il marque au moins 1 fois 10 points ?

EXERCICE 3B.2

Soit un dé à 6 faces (non pipé) que l'on lance 20 fois de suite dans les mêmes conditions. Quelle est la probabilité d'obtenir l'as 4 fois sur les 20 lancés ?

EXERCICE 3B.3

Un lot de graine est réputé avoir un taux de germination de 80 %. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre de graine ayant germée dans un lot de 25 graines.

a. Quel est le modèle suivi par la variable aléatoire ?

b. Calculer la probabilité que toutes les graines germent.

c. Calculer la probabilité que 20 graines germent.

d. Calculer la probabilité qu'au moins 20 graines germent.

EXERCICE 3B.4

Sur une route départementale, il y a un panneau « stop » à l'intersection avec la route nationale.

On a remarqué que 5 % des automobilistes ne respectent pas ce stop, et que chaque jour 30 voitures se présentent à ce carrefour.

a. Quelle est la probabilité qu'aucun automobiliste ne « grille » le stop ?

b. Quelle est la probabilité pour que moins de 10% des automobilistes ne respectent pas le stop ?

EXERCICE 3B.5

On jette une pièce de monnaie parfaitement équilibrée 10 fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 fois « pile » en 10 lancers ?

EXERCICE 3B.6

Une entreprise de matériel pour l'industrie produit des modules. Dans un important stock de ces modules, on en prélève au hasard 10 pour vérification. Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 modules.

On appelle E l'événement : « Le module choisi ne présente aucun défaut ». On suppose que la probabilité de E est 0,902.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 modules, associe le nombre de modules réalisant E.

a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale ; déterminer les paramètres de cette loi.

b. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que, dans un tel prélèvement, 9 modules au moins réalisent l'événement E.

EXERCICE 3B.7

Une machine produit en série des pièces de bois. Un contrôle permet de rejeter une pièce si sa longueur est insuffisante. La probabilité p qu'une pièce soit rejetée au contrôle est : $p = 0{,}006$.

De la production de la machine, on extrait des lots de 100 pièces prélevées périodiquement, au hasard et avec remise, et on contrôle chacun de ces lots. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot, associe le nombre de pièces rejetées.

a. Déterminer la loi suivie par X (préciser ses paramètres).

b. Calculer $p(X = 4)$

EXERCICE 3B.8

Un grossiste en fournitures de bureau revend un ruban adhésif transparent répondant au critère C1 : pouvoir être repositionné au moins une fois sans arracher le support.

Partie A

Ce grossiste a trois fournisseurs Rubatop, ADZif et S.A.Col. Il commande 27% des rubans adhésifs transparents chez Rubatop, 33% chez ADZif et 40% chez S.A.Col. Le pourcentage de rubans qui ne répondent pas au critère C_1 est 2,9% chez Rubatop, 3,1% chez ADZif et 4,2% chez S.A.Col. Ensuite, les rubans sont répartis dans le rayon sans tenir compte du fournisseur.

1. Un client prend au hasard un ruban adhésif dans le rayon.

Montrez que la probabilité d'obtenir un ruban ne répondant pas au critère C_1 est 0,035 à 10^{-3} près.

2. Le chef de rayon, après réclamation d'un client, a en main un ruban adhésif ne répondant pas au critère C_1.

Quelle est la probabilité que ce ruban vienne de chez ADZif ?

Partie B

La probabilité qu'un ruban adhésif jaunisse le papier est de 0,008. Un client achète 500 rubans adhésifs. On assimilera le choix de ces 500 rubans à un tirage aléatoire avec remise.

On s'intéresse à la variable aléatoire X qui compte, dans ce lot de 500 rubans adhésifs, le nombre de ceux qui jaunissent le papier.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Quelle est la probabilité qu'au moins 1 de ces 500 rubans adhésifs jaunisse le papier ?

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI
MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 3B.1

James joue aux fléchettes. A chaque lancer, la probabilité pour qu'il touche la zone rapportant au moins 10 points est de 0,6. Il lance successivement 5 fléchettes.

On appelle X la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où il marquera au moins 10 points.

a. *Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*

Les tirages sont tous identiques et indépendants et mènent à une situation de succès/Echec.

X suit une loi binomiale $B(5;0,6)$ de paramètres n = 5 et p = 0,6

b. *Quelle est la probabilité pour qu'il marque exactement 2 fois 10 points ?*

$$p(X=2)=\binom{5}{2}\times 0,6^2\times(1-0,6)^{5-2}$$
$$=BinomFDP(5,0.6,2)=0,2304$$

c. *Quelle est la probabilité pour qu'il marque moins de 2 fois 10 points ?*

$$p(X\le 1)=BinomFRep(5,0.6,1)=0,08704$$

d. *Quelle est la probabilité pour qu'il marque au moins 1 fois 10 points ?*

$$p(X\ge 1)=1-p(X=0)$$
$$=1-(1-0,6)^5=0,98976$$

EXERCICE 3B.2

Soit un dé à 6 faces (non pipé) que l'on lance 20 fois de suite dans les mêmes conditions. Quelle est la probabilité d'obtenir l'as 4 fois sur les 20 lancés ?

Les tirages sont tous identiques et indépendants et mènent à une situation de succès/Echec : la probabilité du succès est égale à $\frac{1}{6}$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'as obtenus.

X suit une loi binomiale $B\left(20;\frac{1}{6}\right)$ de paramètres n = 20 et p = $\frac{1}{6}$

$$p(X=4)=\binom{20}{4}\times\left(\frac{1}{6}\right)^4\times\left(1-\frac{1}{6}\right)^{20-4}$$
$$=BinomFDP\left(20,\frac{1}{6},4\right)\simeq 0,2022$$

EXERCICE 3B.3

Un lot de graine est réputé avoir un taux de germination de 80 %. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre de graine ayant germée dans un lot de 25 graines.

a. *Quel est le modèle suivi par la variable aléatoire ?*

Le processus de germination de chaque graine est identique et indépendant des autres germinations.

Ce processus mène au Succès ou à l'échec

Donc X suit une loi binomiale de paramètres n = 25 et p = 0,8.

b. *Calculer la probabilité que toutes les graines germent.*

$$p(X=25)=\binom{25}{25}\times 0,8^{25}\times(1-0,8)^{25-25}\simeq 0,0038$$

c. *Calculer la probabilité que 20 graines germent.*

$$p(X=20)=\binom{25}{20}\times 0,8^{20}\times(1-0,8)^{25-20}$$
$$=BinomFDP(25,0.8,20)\simeq 0,196$$

d. *Calculer la probabilité qu'au moins 20 graines germent.*

$$p(X\ge 20)=1-p(X\le 19)$$
$$=1-BinomFRep(25,0.8,19)\simeq 0,6167$$

EXERCICE 3B.4

Sur une route départementale, il y a un panneau « stop » à l'intersection avec la route nationale.

On a remarqué que 5 % des automobilistes ne respectent pas ce stop, et que chaque jour 30 voitures se présentent à ce carrefour.

a. *Quelle est la probabilité qu'aucun automobiliste ne « grille » le stop ?*

La situation de chaque automobiliste est identique et indépendante et ne mène qu'au Succès (respect du stop) ou à l'Echec.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'automobilistes ne respectant pas le stop.

X suit une loi binomiale $B(30;0,05)$ de paramètres n = 30 et p = 0,05

$$p(X=0)=\binom{30}{0}\times 0,05^0\times(1-0,05)^{30-0}\simeq 0,2146$$

b. *Quelle est la probabilité pour que moins de 10% des automobilistes ne respectent pas le stop ?*

10% des 30 automobilistes représentent 3 automobilistes.

$$p(X<3)=p(X\le 2)$$
$$=BinomFRep(30,0.05,2)\simeq 0,8122$$

EXERCICE 3B.5

On jette une pièce de monnaie parfaitement équilibrée 10 fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 fois « pile » en 10 lancers ?

Les lancers sont tous identiques et indépendants et mènent à une situation de succès/Echec : la probabilité du succès est égale à $\frac{1}{2}$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de « *pile* » obtenus.

X suit une loi binomiale $B\left(10;\frac{1}{2}\right)$ de paramètres n = 10 et p = $\frac{1}{2}$

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1)$$
$$= 1 - \text{BinomFRep}\left(10, \frac{1}{2}, 1\right) \simeq 0,989$$

EXERCICE 3B.6

Une entreprise de matériel pour l'industrie produit des modules. Dans un important stock de ces modules, on en prélève au hasard 10 pour vérification. Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 modules.

On appelle E l'événement : « Le module choisi ne présente aucun défaut ». On suppose que la probabilité de E est 0,902.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 modules, associe le nombre de modules réalisant E.

a. *Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale ; déterminer les paramètres de cette loi.*

Les tirages sont identiques et indépendants et ne présentent que deux situations : succès/échec

X suit une loi binomiale $B(10;0,902)$ de paramètres n = 10 et p = 0,902

b. *Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que, dans un tel prélèvement, 9 modules au moins réalisent l'événement E.*

$$p(X \geq 9) = 1 - p(X \leq 8)$$
$$= 1 - BinomFRep(10, 0.902, 8) \simeq 0,7438$$

EXERCICE 3B.7

Une machine produit en série des pièces de bois. Un contrôle permet de rejeter une pièce si sa longueur est insuffisante. La probabilité p qu'une pièce soit rejetée au contrôle est : p = 0,006.

De la production de la machine, on extrait des lots de 100 pièces prélevées périodiquement, au hasard et avec remise, et on contrôle chacun de ces lots. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot, associe le nombre de pièces rejetées.

a. *Déterminer la loi suivie par X (préciser ses paramètres).*

Les tirages sont identiques et indépendants et ne présentent que deux situations : succès/échec

X suit une loi binomiale $B(100;0,006)$ de paramètres n = 100 et p = 0,006

b. $p(X=4) = \binom{100}{4} \times 0,06^4 \times (1-0,006)^{100-4}$

$$= BinomFDP(100, 0.006, 4) \simeq 0,0029$$

EXERCICE 3B.8

Un grossiste en fournitures de bureau revend un ruban adhésif transparent répondant au critère C1 : pouvoir être repositionné au moins une fois sans arracher le support.

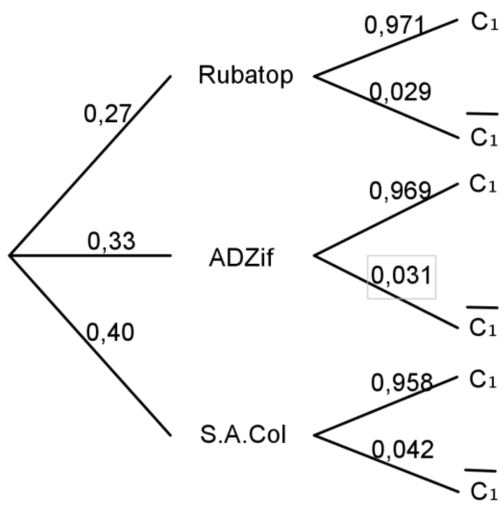
Partie A

Ce grossiste a trois fournisseurs Rubatop, ADZif et S.A.Col. Il commande 27% des rubans adhésifs transparents chez Rubatop, 33% chez ADZif et 40% chez S.A.Col.

Le pourcentage de rubans qui ne répondent pas au critère C_1 est 2,9% chez Rubatop, 3,1% chez ADZif et 4,2% chez S.A.Col. Ensuite, les rubans sont répartis dans le rayon sans tenir compte du fournisseur.

1. *Un client prend au hasard un ruban adhésif dans le rayon.*

Montrez que la probabilité d'obtenir un ruban ne répondant pas au critère C_1 est 0,035 à 10^{-3} près.



$$p\left(\overline{C_1}\right) = 0,27 \times 0,029 + 0,33 \times 0,031 + 0,40 \times 0,042$$

$$p\left(\overline{C_1}\right) = 0,03486 \simeq 0,035$$

2. *Le chef de rayon, après réclamation d'un client, a en main un ruban adhésif ne répondant pas au critère C_1.*

Quelle est la probabilité que ce ruban vienne de chez ADZif ?

$$p_{\overline{C_1}}(ADZif) = \frac{p\left(\overline{C_1} \cap ADZif\right)}{p\left(\overline{C_1}\right)} = \frac{0,33 \times 0,031}{0,035}$$

$$p_{\overline{C_1}}(ADZif) \simeq 0,292$$

Partie B

La probabilité qu'un ruban adhésif jaunisse le papier est de 0,008. Un client achète 500 rubans adhésifs. On assimilera le choix de ces 500 rubans à un tirage aléatoire avec remise.
On s'intéresse à la variable aléatoire X qui compte, dans ce lot de 500 rubans adhésifs, le nombre de ceux qui jaunissent le papier.

1. *Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*

Les tirages sont identiques et indépendants et ne mènent qu'à deux situations : succès/échec.

X suit une loi binomiale $B(500;0,008)$ de paramètres n = 500 et p = 0,008.

2. *Quelle est la probabilité qu'au moins 1 de ces 500 rubans adhésifs jaunisse le papier ?*

$$\begin{aligned} p(X \geq 1) &= 1 - p(X = 0) \\ &= 1 - \binom{500}{0} \times 0,008^0 \times (1 - 0,008)^{500-0} \\ &\simeq 0,982 \end{aligned}$$