

EXERCICE 4A.1 : PILE OU FACE

1. On va simuler N lancers d'une pièce à l'aide de la machine. Pour cela on va générer une liste de N nombres aléatoires choisis entre 1 (pour « PILE ») et 2 (pour « FACE »), puis compter la fréquence d'apparition de chaque « PILE ».

EntAleat(1,2,50) STO L_1

donne aléatoirement 50 entiers choisis entre 1 et 2 puis les stocke dans la Liste 1.

→ Moy($L_1 = 1$) calcule la fréquence de « 1 » dans la Liste 1.

On répètera 4 fois l'expérience 20 lancers :

Résultat	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face
	Fréquence							

Puis on répètera 4 fois l'expérience 200 lancers :

Résultat	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face
	Fréquence							

On observe que les fréquences de chaque échantillon sont proches, mais rarement égales. Les résultats subissent des, d'autant plus importantes que l'échantillon est de taille.

2. On considère le jeu suivant : on lance 20 fois une pièce, et on parie sur le nombre total de « PILE ».

On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de « PILE » sur 20 lancers.

a. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ? $n = \dots\dots\dots$ $p = \dots\dots\dots$

b. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total	
$p(X = x_i)$																							

c. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter ce résultat.

d. A l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 10 « PILE » ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 9 et 11 « PILE » ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 8 et 12 « PILE » ?
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 10* auquel X appartiendra avec une probabilité d'au moins 90% ?
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 10* auquel X appartiendra avec une probabilité d'au moins 95% ?

EXERCICE 4A.2 : LANCER D'UN DE A 6 FACES.

1. On veut simuler N lancers d'un dé à 6 faces à l'aide de la machine, comme dans l'exercice précédent.

On répètera 4 fois l'expérience 18 lancers :

Résultat	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
	1 à 5	6	1 à 5	6	1 à 5	6	1 à 5	6
	Fréquence							

2. On considère le jeu suivant : on lance 18 fois un dé, et on parie sur le nombre total de « 6 ».

On appelle Y la variable aléatoire correspondant au nombre de « 6 » sur 18 lancers.

a. On admet que Y suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ? $n = \dots\dots\dots$ $p = \dots\dots\dots$

b. A l'aide de la machine, compléter le tableau :

y_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total	
$p(Y = y_i)$																					

c. Calculer l'espérance mathématique de Y. Interpréter ce résultat.

d. A l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 2 et 4 « 6 » ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 1 et 5 « 6 » ?
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 3* auquel Y appartiendra avec une probabilité d'au moins 90% ?
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 3* auquel Y appartiendra avec une probabilité d'au moins 95% ?

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 4A.1 : PILE OU FACE

1. On va simuler N lancers d'une pièce à l'aide de la machine. Pour cela on va générer une liste de N nombres aléatoires choisis entre 1 (pour « PILE ») et 2 (pour « FACE »), puis compter la fréquence d'apparition de chaque « PILE ».

TI83 → Math → PROB → 5 :

NbrAleaEnt(1, 2, 20) STO L_1

TI83 → Listes → MATH → 3 : moy(

→ le signe = s'obtient dans tests

→ Moy($L_1 = 1$) calcule la fréquence de « 1 » dans la Liste 1.

Voici un programme python qui génère le même travail :

```
from random import *
table = []
for i in range(20):
    table.append(randint(1,2))
moyenne = table.count(1)/20
print("Moyenne de 'Pile' :", moyenne)
```

On répètera 4 fois l'expérience 20 lancers :

Résultat	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face
Fréquence	0,6	0,4	0,4	0,6	0,45	0,55	0,6	0,5

Puis on répètera 4 fois l'expérience 200 lancers :

Résultat	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face	Pile	Face
Fréquence	0,525	0,475	0,485	0,515	0,5	0,5	0,53	0,47

On observe que les fréquences de chaque échantillon sont proches, mais rarement égales. Les résultats subissent des **fluctuations** d'autant plus importantes que l'échantillon est de **petite** taille.

2. On considère le jeu suivant : on lance 20 fois une pièce, et on parie sur le nombre total de « PILE ».

On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de « PILE » sur 20 lancers.

a. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ? $n = 20$ $p = 0,5$

b. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(X = x_i)$	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176

x_i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
$p(X = x_i)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	1

c. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter ce résultat.

$E = np = 20 \times 0,5 = 10$: en moyenne, on obtient 10 PILE.

d. A l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 10 « PILE » ? $\rightarrow p(X = 10) = 0,176$
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 9 et 11 « PILE » ? $\rightarrow p(9 \leq X \leq 11) = 0,496$
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 8 et 12 « PILE » ? $\rightarrow p(8 \leq X \leq 12) = 0,736$
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 10* auquel X appartiendra avec une probabilité d'au moins 90% ?
 $\rightarrow p(X \leq 5) = 0,021$ et $p(X \leq 6) = 0,058$: l'intervalle cherché est [6;14]
 En effet : $p(5 \leq X \leq 15) = 0,988$ et $p(6 \leq X \leq 14) = 0,959$ et $p(7 \leq X \leq 13) = 0,884$
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 10* auquel X appartiendra avec une probabilité d'au moins 95% ?
 $\rightarrow p(X \leq 5) = 0,021$ et $p(X \leq 6) = 0,058$: l'intervalle cherché est [6;14]

EXERCICE 4A.2 : LANCER D'UN DÉ À 6 FACES.

1. On veut simuler N lancers d'un dé à 6 faces à l'aide de la machine, comme dans l'exercice précédent. On répètera 4 fois l'expérience 18 lancers :

	Echantillon 1		Echantillon 2		Echantillon 3		Echantillon 4	
Résultat	1 à 5	6	1 à 5	6	1 à 5	6	1 à 5	6
Fréquence	0,778	0,222	0,889	0,111	0,944	0,056	0,722	0,278

2. On considère le jeu suivant : on lance 18 fois un dé, et on parie sur le nombre total de « 6 ». On appelle Y la variable aléatoire correspondant au nombre de « 6 » sur 18 lancers.

- a. On admet que Y suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ? $n=18$ $p=\frac{1}{6}$

- b. A l'aide de la machine, compléter le tableau :

y_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p(Y = y_i)$	0,038	0,135	0,23	0,245	0,184	0,103	0,045	0,015	0,004	0,001

y_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Total
$p(Y = y_i)$	2×10^{-4}	2×10^{-5}	3×10^{-6}	0	0	0	0	0	0	1

- c. Calculer l'espérance mathématique de Y . Interpréter ce résultat.

$$E = np = 18 \times \frac{1}{6} = 3 : \text{en moyenne, on obtient 3 SIX.}$$

- d. A l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 2 et 4 SIX ? $\rightarrow p(2 \leq Y \leq 4) = 0,659$
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement entre 1 et 5 SIX ? $\rightarrow p(1 \leq Y \leq 5) = 0,897$
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 3* auquel Y appartiendra avec une probabilité d'au moins 90% ?
 \rightarrow l'intervalle $[1;5]$ centré sur 3 ne suffit pas : $p(1 \leq Y \leq 5) = 0,897 < 0,90$
 \rightarrow l'intervalle cherché est $[6;14]$: $p(0 \leq X \leq 6) \approx 0,979$
- Quel est le *plus petit intervalle centré sur 3* auquel Y appartiendra avec une probabilité d'au moins 95% ?
 \rightarrow l'intervalle cherché est $[6;14]$: $p(0 \leq X \leq 6) \approx 0,979$