EXERCICE 4E.1
Une entreprise fabrique des chaudières.
On considère 80% des chaudières du stock sont sans aucun défaut. On prélève un échantillon de 200 chaudières prélevées au hasard et avec remise dans ce stock.
a. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de chaudières sans défaut. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
b. Calculer la probabilité d'avoir exactement 80 chaudières sans défaut.
c. Calculer la probabilité d'avoir plus de 60% de chaudières sans défaut
d. A l'aide de la machine, déterminer un intervalle de fluctuation de la fréquence de chaudières sans défaut dans l'échantillon, avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir les bornes à 10^{-2}.
b. On considère l'affirmation suivante : « La proportion de chaudières sans défaut dans tout échantillon de 200 chaudières est obligatoirement dans l'intervalle obtenu à la question **d.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).

EXERCICE 4E.2
Dans cette partie, on considère les bottes de paille produites le 22 juillet 2011. On prélève au hasard un échantillon de 50 bottes de paille dans cette production, sachant que 74% des bottes de paille du stock sont conformes aux normes d'isolation.
a. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de bottes de paille conformes aux normes. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
b. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de bottes de paille conformes aux normes avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir à 10^{-2}.
c. On considère l'affirmation suivante : « La proportion de bottes de paille conformes est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question **a.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).

EXERCICE 4E.3
Une fabrique de desserts dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des pots de crème glacée.
Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion p de pots conformes dans la production est 98 %.
a. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pots conformes pour un échantillon de taille 120.
b. On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 120 pots de manière aléatoire. Au cours d'un de ces contrôles, un technicien compte 113 pots conformes.
En utilisant l'intervalle de fluctuation précédent, prendra-t-on la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production?

EXERCICE 4E.4
Une entreprise fabrique en grande série des barres de pâte d'amande.
Lors d'un contrôle, le responsable qualité prélève de façon aléatoire un échantillon de 300 barres de pâte d'amande dans la production et constate que 280 barres de pâte d'amande sont conformes.
On admet que, lorsque la machine est correctement réglée, la proportion de barres de pâte d'amande conformes dans l'ensemble de la production est de 97 %.
On souhaite savoir si le réglage de la machine peut être jugé satisfaisant.
a. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des barres de pâte d'amande de masse conforme obtenue sur un échantillon de taille 300 (les bornes de l'intervalle seront arrondies à 10^{-3} près).
b. Le résultat obtenu lors du contrôle qualité remet-il en question le réglage de la machine ?

EXERCICE 4E.5
Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie. L'objectif de cet exercice est d'étudier l'exploitation de divers outils mathématiques pour analyser la qualité de cette production.

A. Loi binomiale
Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.
On note D l'événement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».
On suppose que P(D) =0,02.
On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.
1. Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,02.
2. Calculer la probabilité $P(X = 0)$.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces.
4. Calculer l'espérance mathématique E(X) de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

B. Intervalle de fluctuation
Le cahier des charges établit que la proportion de 2% *de pièces non conformes dans la production est acceptable.*
1. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des pièces non conformes dans un échantillon de taille 80.

On veut savoir si la machine de production est correctement réglée. Pour cela on prélève au hasard dans la production un échantillon de taille 80 *dans lequel* 3 *pièces se révèlent être non conformes.*
2. Quelle est la fréquence des pièces non conformes dans l'échantillon prélevé ?
3. La machine de production doit-elle être révisée ? Justifier votre réponse.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 4E.1

Une entreprise fabrique des chaudières.
On considère 80% des chaudières du stock sont sans aucun défaut. On prélève un échantillon de 200 chaudières prélevées au hasard et avec remise dans ce stock.

a. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de chaudières sans défaut. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?

$$n = 200 \text{ et } p = 0,8$$

b. Calculer la probabilité d'avoir exactement 80 chaudières sans défaut :

$$p(X = 80) = BinomFDP(200, 0.8, 80) \simeq 4\times 10^{-35}$$

c. Calculer la probabilité d'avoir plus de 60% de chaudières sans défaut :

$$200 \times 60\% = 120$$
$$p(X > 120) = 1p(X \leq 120)$$
$$= 1 - BinomFRép(200, 0.8, 120) \simeq 1$$

d. A l'aide de la machine, déterminer un intervalle de fluctuation de la fréquence de chaudières sans défaut dans l'échantillon, avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir les bornes à 10^{-2}.

$$p(X \leq 148) = BinomFRép(200, 0.8, 148) \simeq 0,024$$
$$p(X \leq 149) = BinomFRép(200, 0.8, 149) \simeq 0,035$$
$$p(X \leq 170) = BinomFRép(200, 0.8, 170) \simeq 0,972$$
$$p(X \leq 171) = BinomFRép(200, 0.8, 171) \simeq 0,982$$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est :

$$\left[\frac{149}{200}; \frac{171}{200}\right] \simeq [0,75, 0,86]$$

b. On considère l'affirmation suivante : « La proportion de chaudières sans défaut dans tout échantillon de 200 chaudières est obligatoirement dans l'intervalle obtenu à la question **d.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).
NON par définition d'une marge de 5% d'erreurs.

EXERCICE 4E.2

Dans cette partie, on considère les bottes de paille produites le 22 juillet 2011. On prélève au hasard un échantillon de 50 bottes de paille dans cette production, sachant que 74% des bottes de paille du stock sont conformes aux normes d'isolation.

a. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de bottes de paille conformes aux normes. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?

$$n = 50 \text{ et } p = 0,74$$

b. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de bottes de paille conformes aux normes avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir les bornes à 10^{-2}.

$$p(X \leq 30) = BinomFRép(50, 0.74, 30) \simeq 0,021$$
$$p(X \leq 31) = BinomFRép(50, 0.74, 31) \simeq 0,042$$
$$p(X \leq 42) = BinomFRép(50, 0.74, 42) \simeq 0,968$$
$$p(X \leq 43) = BinomFRép(50, 0.74, 43) \simeq 0,987$$

L'intervalle de confiance au seuil de 95% est :

$$\left[\frac{31}{50}; \frac{43}{50}\right] = [0,62, 0,86]$$

c. On considère l'affirmation suivante : « La proportion de bottes de paille conformes est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question **a.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).
OUI, avec une marge de 5% d'erreur.

EXERCICE 4E.3

Une fabrique de desserts dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des pots de crème glacée.
Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion *p* de pots conformes dans la production est 98 %.

a. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pots conformes pour un échantillon de taille 120.

Dans le cadre de la loi binomiale ici présente, de paramètres $n = 120$ et $p = 0,98$, on utilise une variable aléatoire X qui comptabilise le nombre de pots conformes :

$$p(X \leq 113) = BinomFRép(120, 0.98, 113) \simeq 0,011$$
$$p(X \leq 114) = BinomFRép(120, 0.98, 114) \simeq 0,034$$
$$p(X \leq 119) = BinomFRép(120, 0.98, 119) \simeq 0,911$$
$$p(X \leq 120) = 1$$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est :

$$\left[\frac{114}{120}; \frac{120}{120}\right] \simeq [0,95, 1]$$

b. On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 120 pots de manière aléatoire. Au cours d'un de ces contrôles, un technicien compte 113 pots conformes.
En utilisant l'intervalle de fluctuation précédent, prendra-t-on la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production?

$\frac{113}{120} \simeq 0,94 \notin [0,95, 1]$: des réglages s'avèrent nécessaires

EXERCICE 4E.4

Une entreprise fabrique en grande série des barres de pâte d'amande.

Lors d'un contrôle, le responsable qualité prélève de façon aléatoire un échantillon de 300 barres de pâte d'amande dans la production et constate que 280 barres de pâte d'amande sont conformes.

On admet que, lorsque la machine est correctement réglée, la proportion de barres de pâte d'amande conformes dans l'ensemble de la production est de 97 %. On souhaite savoir si le réglage de la machine peut être jugé satisfaisant.

a. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des barres de pâte d'amande de masse conforme obtenue sur un échantillon de taille 300 (les bornes de l'intervalle seront arrondies à 10^{-3} près).

Dans le cadre de la loi binomiale ici présente, de paramètres $n=300$ et $p=0,97$, on utilise une variable aléatoire X qui comptabilise le nombre de barres conformes :

$$p(X \leq 284) = BinomFRép(300, 0.97, 284) \simeq 0,020$$

$$p(X \leq 285) = BinomFRép(300, 0.97, 285) \simeq 0,039$$

$$p(X \leq 295) = BinomFRép(300, 0.97, 295) \simeq 0,948$$

$$p(X \leq 296) = BinomFRép(300, 0.97, 296) \simeq 0,980$$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est :

$$\left[\frac{285}{300}; \frac{296}{300}\right] \simeq [0,950, 0,987]$$

b. Le résultat obtenu lors du contrôle qualité remet-il en question le réglage de la machine ?

$$\frac{280}{300} \simeq 0,933 \notin [0,950, 0,987]$$

La machine doit certainement être à nouveau réglée.

EXERCICE 4A.5

Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie. L'objectif de cet exercice est d'étudier l'exploitation de divers outils mathématiques pour analyser la qualité de cette production.

A. Loi binomiale

Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.

On note D l'événement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».

On suppose que P(D) =0,02.

On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,02.

L'expérience consiste à choisir 20 pièces au hasard, les tirages sont indépendants, il n'y a que deux issues possibles pour chaque personne. Donc X suit une loi binomiale de paramètres : $n = 20$ et $p = 0,02$.

2. Calculer la probabilité P(X = 0).

$$p(X=0) = binomFDP(20, 0.02, 0) \simeq 0,668$$

3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces.

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - 0,668 = 0,332$$

4. Calculer l'espérance mathématique E(X) de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

$$E = np = 20 \times 0,02 = 0,4$$

En moyenne, sur 20 pièces il y a 0,4 pièces non conformes.

B. Intervalle de fluctuation

Le cahier des charges établit que la proportion de 2% de pièces non conformes dans la production est acceptable.

1. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des pièces non conformes dans un échantillon de taille 80.

$$p(X \leq 0) = BinomFRép(80, 0.02, 0) \simeq 0,199$$

$$p(X \leq 3) = BinomFRép(80, 0.02, 3) \simeq 0,923$$

$$p(X \leq 4) = BinomFRép(80, 0.02, 4) \simeq 0,978$$

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est :

$$\left[\frac{0}{80}; \frac{4}{80}\right] \simeq [0, 0,05]$$

On veut savoir si la machine de production est correctement réglée. Pour cela on prélève au hasard dans la production un échantillon de taille 80 dans lequel 3 pièces se révèlent être non conformes.

2. Quelle est la fréquence des pièces non conformes dans l'échantillon prélevé ?

$$\frac{3}{80} \simeq 0,0375$$

3. La machine de production doit-elle être révisée ? Justifier votre réponse.

$$\frac{3}{80} \simeq 0,0375 \in [0, 0,05]$$

La machine semble fonctionner correctement.