

Calcul de suites avec python

Exercice 1 : Somme des inverses des carrés :

Calculer la somme $S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{10000000^2} = \sum_{n=1}^{10000000} \frac{1}{n^2}$.

Exercice 2 : Somme des inverses de puissances de 2 :

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \sum_{n=0}^{10000000} \frac{1}{2^n}$

Exercice 3 : Somme alternée des inverses d'entiers :

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + (-1)^n \times \frac{1}{n} + \dots = \sum_{n=1}^{10000000} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Exercice 4 : Racines carrées de 1 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$

Exercice 5 : Racines carrées de 2 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}}$

Exercice 6 : Racines carrées de 3 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots}}}}}$

Exercice 7 : Racines carrées de 10 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 10\sqrt{10\sqrt{10\sqrt{10\sqrt{\dots}}}}$

Exercice 8 : Racines carrées de 3 et 5 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}$

Exercice 9 : Racines carrées n-ièmes imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 10^2\sqrt[2]{10^3\sqrt[3]{10^4\sqrt[4]{10^5\sqrt{\dots}}}} =$

Exercice 10 : Descente infinie de fractions imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$

Exercice 11 : Descente infinie de fractions imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \dots}}}}$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 1 : Somme des inverses des carrés :

Calculer la somme $S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{10000000^2} = \sum_{n=1}^{10000000} \frac{1}{n^2}$.

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S=S+1/k**2
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 100 : la somme est égale à 1.634 983 900 184 892 3
- pour n = 1 000 000 : la somme est égale à 1.644 933 066 848 77
- pour n = 10 000 000 : la somme est égale à 1.644 933 966 847 259 6

On remarque que $\frac{\pi^2}{6} \approx 1,644\ 934\ 067$



Exercice 2 : Somme des inverses de puissances de 2 :

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \sum_{n=0}^{10000000} \frac{1}{2^n}$

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S += 1/(2**k)
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 20 : la somme est égale à 0.9999990463256836
- pour n = 50 : la somme est égale à 0.9999999999999991
- pour n = 100 : la somme est égale à 1.0



Exercice 3 : Somme alternée des inverses d'entiers :

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + (-1)^n \times \frac{1}{n} + \dots = \sum_{n=1}^{10000000} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S += (-1)**(k+1)/k
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 100 : la somme est égale à 0.688172179310195
- pour n = 1 000 000 : la somme est égale à 0.6931466805602525
- pour n = 10 000 000 : la somme est égale à 0.6931471305601064

On remarque que $\ln 2 \approx 0,6931471805599453$

Exercice 4 : Racines carrées de 1 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$

```
def racine(x):
    return (1+x)**0.5
```

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S = racine(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

→ pour n = 100 : la somme est égale à 1.618033988749895

→ pour n = 1 000 000 : la somme est égale à 1.618033988749895

On remarque que $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618033988749895$



Exercice 5 : Racines carrées de 2 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}}$

```
def racine(x):
    return (2+x)**0.5
```

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S = racine(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

→ pour n = 20 : la somme est égale à 1.9999999999977558

→ pour n = 100 : la somme est égale à 2.0



Exercice 6 : Racines carrées de 3 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots}}}}}$

```
def racine(x):
    return (3+x)**0.5
```

```
n=int(input("n="))
S=0
for k in range(1,n+1):
    S = racine(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

→ pour n = 20 : la somme est égale à 2.302775637731847

→ pour n = 100 : la somme est égale à 2.3027756377319943

On remarque que $\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \approx 2,302775637731995$

Exercice 7 : Racines carrées de 10 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 10\sqrt{10\sqrt{10\sqrt{10\sqrt{\dots}}}}$

```
def racine(x):
    return 10*x**0.5
```

```
n=int(input("n="))
S=10
for k in range(2,n+1):
    S = racine(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 20 : la somme est égale à 99.99956081771151
- pour n = 50 : la somme est égale à 99.99999999999959
- pour n = 100 : la somme est égale à 100.0



Exercice 8 : Racines carrées de 3 et 5 imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}$

```
def racine(x):
    return 3*(5*x**0.5)**0.5
```

```
n=int(input("n="))
S=3*5**0.5
print(S)
for k in range(2,n+1):
    S = racine(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 20 : la somme est égale à 12.651489979497036
- pour n = 50 : la somme est égale à 12.651489979526236
- pour n = 100 : la somme est égale à 12.651489979526236

On remarque que $3^{\frac{4}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \approx 12.651489979526236$



Exercice 9 : Racines carrées n-ièmes imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 10^2\sqrt{10^3\sqrt{10^4\sqrt{10^5\sqrt{\dots}}}} =$

```
def racine(x,n):
    return 10*x**(1/n)
```

```
n=int(input("n="))
S=10
for k in range(0,n-1):
    S = racine(S,n-k)
print("La somme est égale à ", S)
```

- pour n = 20 : la somme est égale à 52.27352996704367
- pour n = 50 : la somme est égale à 52.27352996704367

On remarque que $10^{e-1} \approx 52,27352996704367$

Exercice 10 : Descente infinie de fractions imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$

```
def descente_infinie(x):
    return 1+1/x
```

```
n=int(input("n="))
S=1
for k in range(1,n+1):
    S = descente_infinie(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

→ pour n = 20 : la somme est égale à 1.618033985017358

→ pour n = 50 : la somme est égale à 1.618033988749895

On remarque que $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618033988749895$



Exercice 11 : Descente infinie de fractions imbriquées

Déterminer la limite de la somme infinie : $S = \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \dots}}}}$

```
def descente_infinie(x):
    return 2/(3-x)
```

```
n=int(input("n="))
S=2/3
for k in range(2,n+1):
    S = descente_infinie(S)
print("La somme est égale à ", S)
```

→ pour n = 20 : la somme est égale à 0.9999995231626144

→ pour n = 50 : la somme est égale à 0.9999999999999996