RAPPELS : $e^0=1$ $\quad e^1=e$ $\quad$ Pour tout $x\in\mathbb{R}$: $\ln\left(e^x\right)=x$ $\quad$ Pour tout $x\in\mathbb{R}_*^+$: $e^{\ln x}=x$

Pour tous réels a et b strictement positifs, on a les égalités :

$$e^{a+b}=e^a\times e^b \qquad e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b} \qquad e^{-a}=\frac{1}{e^a} \qquad e^{ab}=\left(e^a\right)^b$$

EXERCICE 1A.1 Chercher le nombre qui n'est pas égal aux deux autres:

$$2+\frac{1}{e} \qquad e^{-1}+2 \qquad \frac{2e+1}{e}$$

EXERCICE 1A.2

1. Décomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $e^{5+x}=e^5\times e^x$ **b.** $e^{3-y}=$

c. $e^{-x}=$ **d.** $e^{2x}=$

e. $e^{2x+3}=$ **f.** $e^{-5x}=$

g. $e^{4x-3y}=$ **h.** $e^{x^2}=$

2. Recomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $e^5\times e^x=e^{5+x}$ **b.** $e^3\times e^y=$

c. $\dfrac{e^x}{e^3}=$ **d.** $\dfrac{1}{e^y}=$

e. $e^{2x+3}\times e^{x-2}=$ **f.** $\dfrac{e^{2x+3}}{e^{x-2}}=$

g. $\left(e^x\right)^3=$ **h.** $\left(e^x\right)^5\times e^{3x+1}=$

i. $\dfrac{e^{2x+3}}{\left(e^x\right)^2}=$ **j.** $\dfrac{1}{e^{4x}}=$

k. $e^{3x}\times e^{-7x}=$ **l.** $\dfrac{1}{\left(e^x\right)^2}=$

3. Sachant que $x\in\,]0\,;+\infty[$, écrire plus simplement :

a. $e^{5\ln x}=$ **b.** $\ln\dfrac{1}{e^x}=$ **c.** $\ln\left(3e^x\right)=$

d. $e^{-2\ln x}=$ **e.** $e^{2+\ln x}=$ **f.** $\ln\dfrac{e^x}{5}=$

EXERCICE 1A.3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a. $e^x=3$ **b.** $e^x=1$ **c.** $e^{3x}=2$

d. $e^x=-2$ **e.** $\dfrac{1}{e^{4x}}=3$ **f.** $e^x=0$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a. $e^{x-1}>3$ **b.** $3e^x-1\le 0$ **c.** $2-e^{2x}<0$

3. Après avoir résolu les inéquations nécessaires, établir le tableau de signe des expressions suivantes :

a. $a(x)=e^{3x}-1$ **b.** $b(x)=e^{-2x}+3$ **c.** $c(x)=-e^x-5$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

EXERCICE 1A.1 Chercher le nombre qui n'est pas égal aux deux autres:

$2+\frac{1}{e}=\frac{2e}{e}+\frac{1}{e}=\frac{2e+1}{e}$ $\quad$ $e^{-1}+2=\frac{1}{e}+2=\frac{1}{e}+\frac{2e}{e}=\frac{1+2e}{e}$ $\quad$ $\frac{2e+1}{e}$

EXERCICE 1A.2

1. Décomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $e^{5+x}=e^5\times e^x$

b. $e^{3-y}=e^3\times e^{-y}=\frac{e^3}{e^y}$

c. $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$

d. $e^{2x}=e^x\times e^x$

e. $e^{2x+3}=e^{2x}\times e^3$

f. $e^{-5x}=\frac{1}{e^{5x}}$

g. $e^{4x-3y}=e^{4x}\times e^{-3y}=\frac{e^{4x}}{e^{3y}}$

h. $e^{x^2}=$

2. Recomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $e^5\times e^x=e^{5+x}$

b. $e^3\times e^y=e^{3+y}$

c. $\frac{e^x}{e^3}=e^{x-3}$

d. $\frac{1}{e^y}=e^{-y}$

e. $e^{2x+3}\times e^{x-2}=e^{2x+3+(x-2)}=e^{3x+1}$

f. $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-2}}=e^{2x+3-(x-2)}=e^{x+5}$

g. $\left(e^x\right)^3=e^x\times e^x\times e^x=e^{3x}$

h. $\left(e^x\right)^5\times e^{3x+1}=e^{5x}\times e^{3x+1}=e^{5x+3x+1}=e^{8x+1}$

i. $\frac{e^{2x+3}}{\left(e^x\right)^2}=\frac{e^{2x+3}}{e^{2x}}=e^{2x+3-2x}=e^3$

j. $\frac{1}{e^{4x}}=e^{-4x}$

k. $e^{3x}\times e^{-7x}=e^{3x-7x}=e^{-4x}$

l. $\frac{1}{\left(e^x\right)^2}=\frac{1}{e^{2x}}=e^{-2x}$

3. Sachant que $x\in\,]0\,;+\infty[$, écrire plus simplement :

a. $e^{5\ln x}=e^{\ln\left(x^5\right)}=x^5$

b. $\ln\frac{1}{e^x}=\ln\left(e^{-x}\right)=-x$

c. $\ln\left(3e^x\right)=\ln\left(e^{\left(x^3\right)}\right)=x^3$

d. $e^{-2\ln x}=e^{\ln\left(x^{-2}\right)}=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$

e. $e^{2+\ln x}=e^2\times e^{\ln x}=e^2\times x$

f. $\ln\frac{e^x}{5}=\ln\left(e^x\right)-\ln 5=x-\ln 5$

EXERCICE 1A.3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a. $e^x=3 \iff x=\ln 3$

b. $e^x=1 \iff x=\ln 1=0$

c. $e^{3x}=2 \iff 3x=\ln 2$
$\iff x=\frac{1}{3}\ln 2$

d. $e^x=-2$ → **pas de solution**

e. $\frac{1}{e^{4x}}=3 \iff e^{-4x}=3$
$\iff -4x=\ln 3$
$\iff x=-\frac{1}{4}\ln 3$

f. $e^x=0$ → **pas de solution**

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a. $e^{x-1} > 3$

ln est une fonction croissante

$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x-1}\right) > \ln 3$

$\Leftrightarrow x-1 > \ln 3$

$\Leftrightarrow x > 1+\ln 3$

b. $3e^{x} - 1 \leq 0$

$\Leftrightarrow e^{x} \leq \frac{1}{3}$

ln est une fonction croissante

$\Leftrightarrow \ln\left(e^{x}\right) \leq \ln\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x \leq -\ln 3$

c. $2 - e^{2x} < 0$

$\Leftrightarrow 2 < e^{2x}$

ln est une fonction croissante

$\Leftrightarrow \ln 2 < \ln\left(e^{2x}\right)$

$\Leftrightarrow \ln 2 < 2x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln 2 < x$

3. Après avoir résolu les inéquations nécessaires, établir le tableau de signe des expressions suivantes :

a. $a(x) = e^{3x} - 1$

$e^{3x} - 1 > 0$

$\Leftrightarrow e^{3x} > 1$

ln est une fonction croissante

$\Leftrightarrow \ln\left(e^{3x}\right) > \ln 1$

$\Leftrightarrow 3x > 0$

$\Leftrightarrow x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$a(x)$	$-$		$+$

b. $b(x) = e^{-2x} + 3$

$e^{-2x} + 3 > 0$

$\Leftrightarrow e^{-2x} > -3$

or $\forall x \in \mathbb{R},\ e^{x} > 0$

donc $\forall x \in \mathbb{R}$:

$e^{-2x} > 0 > -3$

x	$-\infty$	$+\infty$
$b(x)$	$+$	

c. $c(x) = -e^{x} - 5$

$-e^{x} - 5 > 0$

$\Leftrightarrow -e^{x} > 5$

$\Leftrightarrow e^{x} < -5$

ce qui est impossible

x	$-\infty$	$+\infty$
$c(x)$	$-$	