DEUX METHODES :

avec les fonctions composées, très scolaire : si $f(x)=v(u(x))$ alors $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

avec application des formules : $\left(\sqrt{u(x)}\right)'=\dfrac{u'(x)}{2u(x)}$ et $\left((u(x))^n\right)'=n\times(u(x))^{n-1}\times u'(x)$

Exercice 3A.1

Déterminer la dérivée de la fonction f (sur l'intervalle I).

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$ Soit $u(x)=5x+3$ et $v(x)=x^2$ Ainsi $u'(x)=5$ et $v'(x)=2x$ Donc $f(x)=v(u(x))$ D'où : $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$ $f'(x)=$	**2.** $f(x)=\sqrt{2x-4}$, I = $[2;+\infty[$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=v(u(x))$ Donc $f'(x)=$	**3.** $f(x)=\sqrt{-5x+9}$, I = $]-\infty;1[$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$
4. $f(x)=\dfrac{1}{(2x+5)^5}$, I = $[3;+\infty[$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$	**5.** $f(x)=\sqrt{6-3x}$, I = $]-\infty;1]$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$	**6.** $f(x)=(4x-5)^3$, I = $\mathbb{R}$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$
7. $f(x)=(-6x+1)^5$, I = $\mathbb{R}$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$	**8.** $f(x)=3\sqrt{4x-1}$, I = $[1;+\infty[$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$	**9.** $f(x)=4(-x+3)^4$, I = $\mathbb{R}$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$
10. $f(x)=\dfrac{-3}{(7x+2)^2}$, I = $[0;+\infty[$ Soit $u(x)=$ et $v(x)=$ Ainsi $u'(x)=$ et $v'(x)=$ Ainsi $f(x)=$ Donc $f'(x)=$		

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

PREMIERE CORRECTION : AVEC LE PRINCIPE DES FONCTIONS COMPOSEES

Exercice 3A.1 *Déterminer la dérivée de la fonction f (sur l'intervalle I).*

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=5x+3$ et $v(x)=x^2$

Ainsi $u'(x)=5$ et $v'(x)=2x$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$f'(x)=5\times 2(5x+3)$

$f'(x)=10(5x+3)$

2. $f(x)=\sqrt{2x-4}$, I = $[2;+\infty[$

Soit $u(x)=2x-4$ et $v(x)=\sqrt{x}$

Ainsi $u'(x)=2$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=2\times\dfrac{1}{2\sqrt{2x-4}}=\dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$

3. $f(x)=\sqrt{-5x+9}$, I = $]-\infty;1[$

Soit $u(x)=-5x+9$ et $v(x)=\sqrt{x}$

Ainsi $u'(x)=-5$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=-5\times\dfrac{1}{2\sqrt{-5x+9}}=\dfrac{-5}{2\sqrt{-5x+9}}$

4. $f(x)=\dfrac{1}{(2x+5)^5}$, I = $[3;+\infty[$

Soit $u(x)=2x+5$ et $v(x)=\dfrac{1}{x^5}$

Ainsi $u'(x)=2$ et $v'(x)=\dfrac{-5}{x^6}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=2\times\dfrac{-5}{(2x+5)^6}=\dfrac{-10}{(2x+5)^6}$

5. $f(x)=\sqrt{6-3x}$, I = $]-\infty;1]$

Soit $u(x)=6-3x$ et $v(x)=\sqrt{x}$

Ainsi $u'(x)=-3$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=-3\times\dfrac{1}{2\sqrt{6-3x}}=\dfrac{-3}{2\sqrt{6-3x}}$

6. $f(x)=(4x-5)^3$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=4x-5$ et $v(x)=x^3$

Ainsi $u'(x)=4$ et $v'(x)=3x^2$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=4\times 3(4x-5)^2=12(4x-5)^2$

7. $f(x)=(-6x+1)^5$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=-6x+1$ et $v(x)=x^5$

Ainsi $u'(x)=-6$ et $v'(x)=5x^4$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=-6\times 5(-6x+1)^4$

$=-30(-6x+1)^4$

8. $f(x)=3\sqrt{4x-1}$, I = $[1;+\infty[$

Soit $u(x)=4x-1$ et $v(x)=3\sqrt{x}$

Ainsi $u'(x)=4$ et $v'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=4\times\dfrac{3}{2\sqrt{4x-1}}=\dfrac{6}{\sqrt{4x-1}}$

9. $f(x)=4(-x+3)^4$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=-x+3$ et $v(x)=4x^4$

Ainsi $u'(x)=-1$ et $v'(x)=16x^3$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=-1\times 16(-x+3)^3=-16(-x+3)^3$

10. $f(x)=\dfrac{-3}{(7x+2)^2}$, I = $[0;+\infty[$

Soit $u(x)=7x+2$ et $v(x)=\dfrac{-3}{x^2}$

Ainsi $u'(x)=7$ et $v'(x)=\dfrac{+6}{x^3}$

Donc $f(x)=v(u(x))$

D'où $f'(x)=u'(x)\times v'(u(x))$

$=7\times\dfrac{6}{(7x+2)^3}=\dfrac{42}{(7x+2)^3}$

DEUXIEME CORRECTION : EN APPLIQUANT DIRECTEMENT LES FORMULES DE COURS

1. $f(x)=(5x+3)^2$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=5x+3$

Ainsi $u'(x)=5$

D'où : $f'(x)=2\times u(x)\times u'(x)$

$f'(x)=2\times(5x+3)\times 5$

$f'(x)=10(5x+3)$

2. $f(x)=\sqrt{2x-4}$, I = $[2;+\infty[$

Soit $u(x)=2x-4$

Ainsi $u'(x)=2$

D'où : $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$=\dfrac{2}{2\sqrt{2x-4}}=\dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$

3. $f(x)=\sqrt{-5x+9}$, I = $]-\infty;1[$

Soit $u(x)=-5x+9$

Ainsi $u'(x)=-5$

D'où : $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$=\dfrac{-5}{2\sqrt{-5x+9}}$

4. $f(x)=\dfrac{1}{(2x+5)^5}$, I = $[3;+\infty[$

Soit $u(x)=2x+5$

Ainsi $u'(x)=2$

D'où : $f'(x)=\dfrac{-n\times u'(x)}{(u(x))^{n+1}}$

$=\dfrac{-5\times 2}{(2x+5)^6}=\dfrac{-10}{(2x+5)^6}$

5. $f(x)=\sqrt{6-3x}$, I = $]-\infty;1]$

Soit $u(x)=6-3x$

Ainsi $u'(x)=-3$

D'où : $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$=\dfrac{-3}{2\sqrt{6-3x}}$

6. $f(x)=(4x-5)^3$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=4x-5$

Ainsi $u'(x)=4$

D'où : $f'(x)=n\times u^{n-1}(x)\times u'(x)$

$=4\times(4x-5)^2\times 3=12(4x-5)^2$

7. $f(x)=(-6x+1)^5$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=-6x+1$

Ainsi $u'(x)=-6$

D'où : $f'(x)=6\times u^5(x)\times u'(x)$

$=5\times(-6x+1)^4\times(-6)$

$=-30(-6x+1)^4$

8. $f(x)=3\sqrt{4x-1}$, I = $[1;+\infty[$

Soit $u(x)=4x-1$

Ainsi $u'(x)=4$

D'où : $f'(x)=3\times\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$=3\times\dfrac{4}{2\sqrt{4x-1}}=\dfrac{6}{\sqrt{4x-1}}$

9. $f(x)=4(-x+3)^4$, I = $\mathbb{R}$

Soit $u(x)=-x+3$

Ainsi $u'(x)=-1$

D'où : $f'(x)=4\times 4\times u^3(x)\times u'(x)$

$=16(-x+3)^3\times(-1)=-16(-x+3)^3$

10. $f(x)=\dfrac{-3}{(7x+2)^2}$, I = $[0;+\infty[$

Soit $u(x)=7x+2$

Ainsi $u'(x)=7$

D'où : $f'(x)=-3\times\dfrac{-n\times u'(x)}{(u(x))^{n+1}}$

$=-3\times\dfrac{-2\times 7}{(7x+2)^3}=\dfrac{42}{(7x+2)^3}$

La Merci MONTPELLIER