

EXERCICE 3C.1

Déterminer les limites des fonctions suivantes aux bornes de l'intervalle d'étude I.

a. $\frac{3}{x^7}$; I =]0; +∞[

b. $-3x^3$; I =]-∞; 0[

c. $x + \frac{1}{x}$; I =]0; +∞[

d. $-2x^5 + \frac{4}{x^3}$; I =]-∞; 0[

e. $-3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}$; I =]0; +∞[

f. $4 - \frac{3}{x}$; I =]0; +∞[

EXERCICE 3C.2 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

b. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

EXERCICE 3C.3 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3-x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{3-x}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3-x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{3-x}$

EXERCICE 3C.4 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 - 25}$

b. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{x^2 - 25}$

c. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{x^2 - 25}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 - 25}$

EXERCICE 3C.5 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-5}{x-1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-5}{x-1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x-7}{x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x-7}{x}$

EXERCICE 3C.6 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 5x + 2$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^2 - 3x + 7$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 - x + 1$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^5 - 3x^2 + 7$

EXERCICE 3C.7 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 3x + 7}{3x^2 - x + 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+3x}{2x+1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x + 7}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + x^2 - 5x}{x^4 + 3x - 1}$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET**EXERCICE 3C.1** Déterminer les limites des fonctions suivantes aux bornes de l'intervalle d'étude I.

a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{x^7} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^7} = 0^+$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} -3x^3 = 0^+$;

c. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x + \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x} = +\infty$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^5 + \frac{4}{x^3} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} -2x^5 + \frac{4}{x^3} = -\infty$

e. $\lim_{x \rightarrow 0^+} -3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4} = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} -3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4} = -\infty$

f. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4 - \frac{3}{x} = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 - \frac{3}{x} = 4$

EXERCICE 3C.2 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

b. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + 1 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + \frac{1}{x} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 + 1 = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + \frac{1}{x} = +\infty$

Par produit : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = +\infty$

Par produit : $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = +\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 + 1 = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + \frac{1}{x} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 1 = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + \frac{1}{x} = +\infty$

Par produit : $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = -\infty$

Par produit : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 1) \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = -\infty$

EXERCICE 3C.3 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - x = -\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3 - x} = 0^-$

b. $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3 - x = 0^-$ donc $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{3 - x} = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - x = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3 - x} = 0^+$

d. $\lim_{x \rightarrow 3^-} 3 - x = 0^+$ donc $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{3 - x} = +\infty$

EXERCICE 3C.4 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 25 = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 - 25} = 0^+$

b. $\lim_{x \rightarrow 5^-} x^2 - 25 = 0^-$ donc $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{x^2 - 25} = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow 5^+} x^2 - 25 = 0^+$ donc $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1}{x^2 - 25} = +\infty$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 25 = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 - 25} = 0^+$

EXERCICE 3C.5 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 1^-} 4x - 5 = -1$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} x - 1 = 0^-$

b. $\lim_{x \rightarrow 1^+} 4x - 5 = -1$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} x - 1 = 0^+$

donc par quotient : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x - 5}{x - 1} = +\infty$

donc par quotient : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x - 5}{x - 1} = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow 0^-} 3x - 7 = -7$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0^-$

d. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x - 7 = -7$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0^+$

donc par quotient : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x - 7}{x} = +\infty$

donc par quotient : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x - 7}{x} = -\infty$

EXERCICE 3C.6 Déterminer les limites suivantes :

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 5x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} \right)$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 1$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 5x + 2 = +\infty$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 - x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(-3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} -3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -3$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 - x + 1 = -\infty$$

$$b. \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^2 - 3x + 7 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(4 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2} \right)$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2} = 4$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^2 - 3x + 7 = +\infty$$

$$d. \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^5 - 3x^2 + 7 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(4 - \frac{3}{x^3} + \frac{7}{x^5} \right)$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} 4 - \frac{3}{x^3} + \frac{7}{x^5} = 4$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^5 - 3x^2 + 7 = -\infty$$

EXERCICE 3C.7 Déterminer les limites suivantes :

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 3x + 7}{3x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(4 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2} \right)}{x^2 \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}}{3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} 4 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2} = 4 \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\text{donc par quotient : } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 3x + 7}{3x^2 - x + 1} = \frac{4}{3}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} \right)}{x \left(2 + \frac{7}{x} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(3 - \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} \right)}{2 + \frac{7}{x}}$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} = 3$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(3 - \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} \right) = -\infty$$

$$\text{de plus : } \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + \frac{7}{x} = 2$$

$$\text{donc par quotient : } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x + 7} = -\infty$$

$$b. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + 3x}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\frac{2}{x} + 3 \right)}{x \left(2 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x} + 3}{2 + \frac{1}{x}}$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} + 3 = 3 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{donc par quotient : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + 3x}{2x + 1} = \frac{3}{2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + x^2 - 5x}{x^4 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(-3 + \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} \right)}{x^4 \left(1 + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x^4} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3 + \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2}}{x \left(1 + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x^4} \right)}$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x^4} = 1$$

$$\text{donc par produit : } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x^4} \right) = +\infty$$

$$\text{de plus : } \lim_{x \rightarrow +\infty} -3 + \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} = -3$$

$$\text{donc par quotient : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + x^2 - 5x}{x^4 + 3x - 1} = 0^-$$