EXERCICE 5B.1

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x-1)=0$ revient à dire que C_f admet en …… une asymptote d'équation $y=$…………

b. revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=2x+3$

c. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x-1=0$ revient à dire que C_f admet en …… une asymptote d'équation $y=$…………

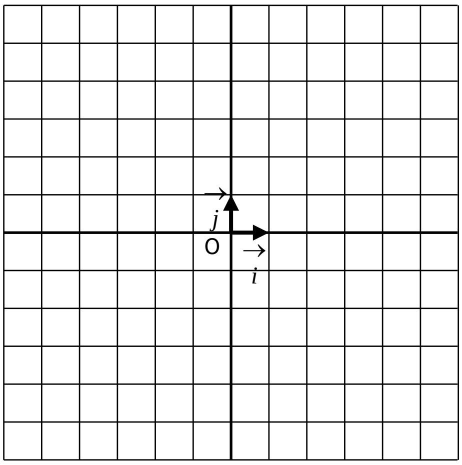
d. revient à dire que C_f admet en $-\infty$ une asymptote d'équation $y=-x+1$

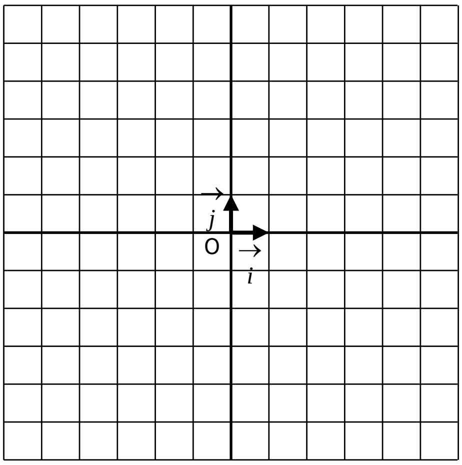
e. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+3x-5=0$ revient à dire que C_f admet en …… une asymptote d'équation $y=$…………

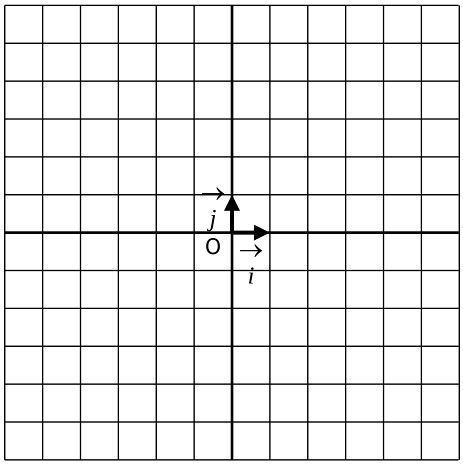
f. revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=\dfrac{2}{3}x$

EXERCICE 5B.2

Dans chaque cas, construire une courbe qui satisfait aux conditions données :







f définie sur $]-2;+\infty[$.
f décroissante sur $]-2;+\infty[$.
$f(0)=2$
C_f admet deux asymptotes :
→ $x=-2$
→ $y=1$

g définie sur $]-\infty;4[$.
g croissante sur $]-\infty;2]$.
g décroissante sur $[2;4[$.
$g(2)=3$
C_g admet deux asymptotes :
→ $x=4$
→ $y=x+3$

h définie sur $]-5;+\infty[$.
h croissante sur $]-5;+\infty[$.
$h(1)=3$
$\lim\limits_{x\to-5} f(x)=-\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\dfrac{1}{2}x-3=0^-$

EXERCICE 5B.3

On considère la fonction *f* définie sur $]-3;+\infty[$ par : $f(x) = 2x+1+\dfrac{5}{x+3}$

1. a. Déterminer les limites de *f* aux bornes de l'ensemble de définition.
b. En déduire que *f* admet une asymptote dont on indiquera l'équation.
2. a. Démontrer que C_f admet la droite d'équation $y=2x+1$ pour asymptote en $+\infty$.
b. Indiquer la position de C_f par rapport à son asymptote.

EXERCICE 5B.4

On considère la fonction *g* définie sur $]-\infty;1[$ par : $g(x)=\dfrac{x^2-6x+3}{x-1}$

1. a. Déterminer les limites de *g* aux bornes de l'ensemble de définition.
b. En déduire que *g* admet une asymptote dont on indiquera l'équation.
2. a. Démontrer que C_g admet la droite d'équation $y=x-5$ pour asymptote en $-\infty$.
b. Indiquer la position de C_g par rapport à son asymptote.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 5B.1

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x-1)=0$ revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=2x-1$

b. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x+3)=0$ revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=2x+3$

c. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x-1=0$ revient à dire que C_f admet en $-\infty$ une asymptote d'équation $y=2x+1$

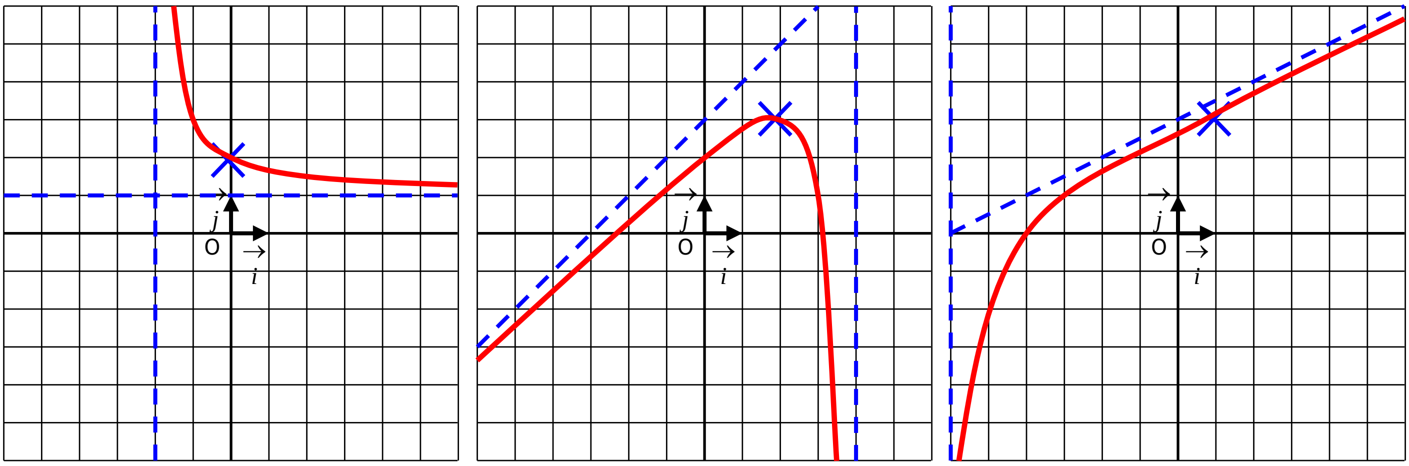
d. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+x-1=0$ revient à dire que C_f admet en $-\infty$ une asymptote d'équation $y=-x+1$

e. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+3x-5=0$ revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=-3x+5$

f. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\frac{2}{3}x=0$ revient à dire que C_f admet en $+\infty$ une asymptote d'équation $y=\frac{2}{3}x$

EXERCICE 5B.2

Dans chaque cas, construire une courbe qui satisfait aux conditions données :



f définie sur $]-2;+\infty[$.
f décroissante sur $]-2;+\infty[$.
$f(0)=2$
C_f admet deux asymptotes :
→ $x=-2$
→ $y=1$

g définie sur $]-\infty;4[$.
g croissante sur $]-\infty;2]$.
g décroissante sur $[2;4[$.
$g(2)=3$
C_g admet deux asymptotes :
→ $x=4$
→ $y=x+3$

h définie sur $]-5;+\infty[$.
h croissante sur $]-5;+\infty[$.
$h(1)=3$
$\lim\limits_{x\to-5} f(x)=-\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\frac{1}{2}x-3=0^-$

EXERCICE 5B.3

On considère la fonction f définie sur $]-3;+\infty[$ par : $f(x) = 2x+1+\dfrac{5}{x+3}$

1. a. Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+1=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} x+3=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{x+3}=0^+$ donc par somme : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-3} 2x+1=2\times(-3)+1=-5$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}} x+3=0^+$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}}\dfrac{5}{x+3}=+\infty$: par somme : $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}} f(x)=+\infty$

b. En déduire que f admet une asymptote dont on indiquera l'équation.
Lorsque x tend vers -3, alors la fonction f tend vers $+\infty$.
Donc la courbe représentant f admet une asymptote verticale d'équation $x=-3$.

2. a. Démontrer que C_f admet la droite d'équation $y = 2x+1$ pour asymptote en $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-(2x+1) = \lim_{x\to+\infty} \frac{5}{x+3} = 0^+$$

Donc C_f admet la droite d'équation $y = 2x+1$ pour asymptote en $+\infty$.

b. Indiquer la position de C_f par rapport à son asymptote.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x+1) = 0^+$ donc C_f est au-dessus de son asymptote.

EXERCICE 5B.4 On considère la fonction g définie sur $]-\infty;1[$ par : $g(x) = \dfrac{x^2-6x+3}{x-1}$

1. a. Déterminer les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-6x+3}{x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2\left(1-\frac{6}{x}+\frac{3}{x^2}\right)}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1-\frac{6}{x}+\frac{3}{x^2}\right)}{1-\frac{1}{x}}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} 1-\dfrac{6}{x}+\dfrac{3}{x^2} = 1$ donc par produit : $\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(1-\dfrac{6}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} 1-\dfrac{1}{x} = 1$ donc par quotient : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} x^2-6x+3 = 1^2-6\times1+3 = -1$ et $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} x-1 = 0^-$ donc par quotient : $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} g(x) = +\infty$

b. En déduire que g admet une asymptote dont on indiquera l'équation.
Lorsque x tend vers 1, alors la fonction g tend vers $+\infty$.
Donc la courbe représentant g admet une asymptote verticale d'équation $x = 1$.

2. a. Démontrer que C_g admet la droite d'équation $y = x-5$ pour asymptote en $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)-(x-5) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-6x+3}{x-1} - (x-5)\times\frac{x-1}{x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-6x+3-\left(x^2-x-5x+5\right)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-6x+3-x^2+x+5x-5}{x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-2}{x-1} = 0^+$$

Donc C_g admet la droite d'équation $y = x-5$ pour asymptote en $-\infty$.

b. Indiquer la position de C_g par rapport à son asymptote.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)-(x-5) = 0^+$ donc C_g est au-dessus de son asymptote.