

RAPPELS :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

EXERCICE 7A.1 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5e^x =$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5e^x =$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5 + e^x =$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + e^x =$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - e^x =$

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} =$

g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{e^x} =$

h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{7} =$

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{3} e^x =$

j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{e^x} =$

EXERCICE 7A.2 Déterminer les limites suivantes, en écrivant chaque fonction f :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3}$ On pose $u(x) = \dots\dots\dots \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \dots\dots\dots$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots\dots\dots} \dots\dots\dots$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$ On pose $X = \dots\dots\dots \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{X \rightarrow \dots\dots\dots} X = \dots\dots\dots$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{X \rightarrow \dots\dots\dots} \dots\dots\dots$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3}$ On pose $u(x) = \dots\dots\dots \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = \dots\dots\dots$

donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots\dots\dots} \dots\dots\dots$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$ On pose $X = \dots\dots\dots \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = \lim_{X \rightarrow \dots\dots\dots} X = \dots\dots\dots$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{X \rightarrow \dots\dots\dots} \dots\dots\dots$

EXERCICE 7A.3 FORMES INDETERMINEES1. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = 2e^x - 3$

b. $f(x) = x^2 e^x$

c. $f(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$

d. $f(x) = (3 - e^x)(e^x + 1)$

2. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$

b. $f(x) = e^x - 4x$

c. $f(x) = x - e^x$

d. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 3}$

3. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$

b. $f(x) = x^3 e^x$

c. $f(x) = (x+2)e^x$

d. $f(x) = (4-3x)e^x$

4. Déterminer les limites suivantes : (penser à factoriser par e^{-x})

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + x$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} - x^2$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} - x^2$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3}$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

EXERCICE 7A.1 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5e^x = 0$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5e^x = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5 + e^x = 5$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + e^x = +\infty$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - e^x = 2$

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{e^x} = -\infty$

h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{7} = +\infty$

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{3}e^x = 0$

j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{e^x} = 0$

EXERCICE 7A.2

Déterminer les limites suivantes, en écrivant chaque fonction f sous la forme $v \circ u$:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3}$ On pose $u(x) = 2x+3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$
 donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3} = \lim_{u(x) \rightarrow +\infty} e^{u(x)} = +\infty$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$ On pose $X = \frac{1}{x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{X \rightarrow 0^+} X = 0^+$
 donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{X \rightarrow 0^+} e^X = 1$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3}$ On pose $u(x) = x-3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = -\infty$
 donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3} = \lim_{u(x) \rightarrow -\infty} \dots\dots\dots$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$ On pose $X = -x \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = \lim_{X \rightarrow -\infty} X = -\infty$
 donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{X \rightarrow -\infty} e^X = 0$



EXERCICE 7A.3

1. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = 2e^x - 3$	b. $f(x) = x^2 e^x$	c. $f(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$	d. $f(x) = (3 - e^x)(e^x + 1)$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - e^x = -\infty$
et $\lim_{x \rightarrow +\infty} -3 = -3$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 1 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 1 = +\infty$
Par somme :	Par produit :	Par produit :	Par produit :
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

2. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$: **4 Formes indéterminées**

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$	b. $f(x) = e^x - 4x$	c. $f(x) = x - e^x$	d. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 3}$
F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$f(x) = e^x \left(1 - \frac{4x}{e^x}\right)$	$f(x) = e^x \left(\frac{x}{e^x} - 1\right)$	$f(x) = \frac{e^x \left(2 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x \left(1 + \frac{3}{e^x}\right)}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$f(x) = \frac{2 - \frac{1}{e^x}}{1 + \frac{3}{e^x}}$
	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{e^x} = 0$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{4x}{e^x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} - 1 = -1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - \frac{1}{e^x} = 2$
	Par produit :	Par produit :	Par quotient :
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

3. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$	b. $f(x) = x^3 e^x$	c. $f(x) = (x+2)e^x$	d. $f(x) = (4-3x)e^x$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x+2 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} 4-3x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
Par quotient :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

4. Déterminer les limites suivantes : (penser à factoriser par e^{-x})

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + x$	b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} - x^2$	c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} - x^2$	d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} (1 - x^2 e^x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{x^2} = 1$
Par somme :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	Par somme :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - x^2 e^x = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$
	Par produit :		Par produit :
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$		$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

