

EXERCICE 1A.1

Soit f est une fonction dérivable sur $[-3;4]$ dont voici le tableau de variation :

x	-3	-2	1	4
$f(x)$	1	4	-2	7

Diagramme de variation : une ligne horizontale est tracée à $f(x) = 4$. Des flèches indiquent que la fonction est croissante de $x = -3$ à $x = -2$, décroissante de $x = -2$ à $x = 1$, et croissante de $x = 1$ à $x = 4$.

1. a. L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
2. a. L'équation $f(x) = -1$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
3. a. L'équation $f(x) = 0$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
4. a. L'équation $f(x) = 5$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

EXERCICE 1A.2

Soit f est une fonction dérivable sur $[-5;7]$ dont voici le tableau de variation :

x	-5	-2	0	1	6	7
$f(x)$	2	5	1	2	-3	-2

Diagramme de variation : une ligne horizontale est tracée à $f(x) = 5$. Des flèches indiquent que la fonction est croissante de $x = -5$ à $x = -2$, décroissante de $x = -2$ à $x = 0$, croissante de $x = 0$ à $x = 1$, décroissante de $x = 1$ à $x = 6$, et croissante de $x = 6$ à $x = 7$.

1. a. L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
2. a. L'équation $f(x) = 0$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
3. a. L'équation $f(x) = -4$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
 b. Si oui, combien ?
 c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

EXERCICE 1A.3

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = x^3 - 1$

- a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.
- c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 1A.4

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = \frac{5}{x} - 2$

- a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.
- c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 1A.5

Soit f la fonction définie sur

$[-1;1]$

$$\text{par } f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$$

- a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[-1;1]$.
- c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 6 Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$

$$\text{par } f(x) = 2 - \frac{3}{(x-1)^2}$$

- a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$
- c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 7 Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$

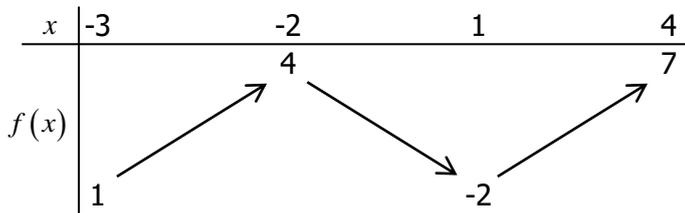
$$\text{par } f(x) = \frac{x^3}{1-x}$$

- a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- b. Montrer que l'équation $f(x) = -11$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.
- c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution.

**CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI
MONTPELLIER – M. QUET**

EXERCICE 1A.1

Soit f est une fonction dérivable sur $[-3;4]$ dont voici le tableau de variation :



1. a. L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?

Le minimum de f est -2 et son maximum est 7 .
De plus, f est une fonction définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-3;4]$.

En vertu du **théorème des valeurs intermédiaires**, l'équation $f(x) = 3$ admet des solutions sur I.

b. Si oui, combien ?

f est continue et strictement croissante sur $[-3;-2]$ et $f(-3) < 3 < f(-2)$. D'après le **TVI**, elle admet une solution sur cet intervalle.

En raisonnant de même, on trouve **3** solutions.

c. Sur quel(s) intervalle(s) ?
 $[-3; -2]$, $[-2; 1]$ et $[1; 4]$

2. a. L'équation $f(x) = -1$ admet des solutions sur I

b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : $[-2; 1]$ et $[1; 4]$

3. a. L'équation $f(x) = 0$ admet des solutions sur I

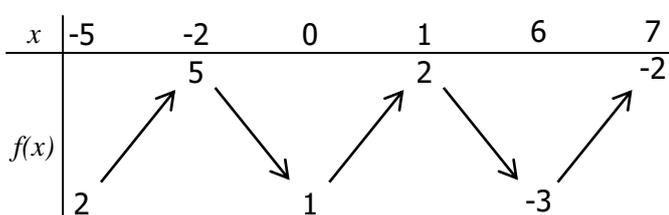
b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : $[-2; 1]$ et $[1; 4]$

4. a. L'équation $f(x) = 5$ admet une solution sur I

b. Si oui, combien ? **1** solution
c. Sur l'intervalle : $[1; 4]$

EXERCICE 1A.2

Soit f est une fonction dérivable sur $[-5;7]$ dont voici le tableau de variation :



1. a. L'équation $f(x) = 3$ admet des solutions sur I

b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : $[-5; -2]$ et $[-2; 0]$

2. a. L'équation $f(x) = 0$ admet des solutions sur I

b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : $[0; 1]$ et $[1; 6]$

3. a. L'équation $f(x) = -4$ n'admet pas de solution sur I.

EXERCICE 1A.3

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = x^3 - 1$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

f est définie, continue et dérivable sur $[1;2]$

$f'(x) = 3x^2$ ainsi $f'(x) > 0$ sur $[1;2]$

b. $f(1) = 0$ et $f(2) = 7$ et la fonction est strictement croissante sur l'intervalle $[1;2]$. D'après le **TVI**, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. $x_0 \approx 1,59$

EXERCICE 1A.4

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = \frac{5}{x} - 2$

a. f est définie, continue et dérivable sur $[1;2]$

$f'(x) = -\frac{5}{x^2}$ ainsi $f'(x) < 0$ sur $[1;2]$

b. $f(1) = 3$ et $f(2) = 0,5$ et la fonction est **continue** et **strictement décroissante** sur l'intervalle $[1;2]$. D'après le **TVI**, l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. $x_0 \approx 1,67$

La Merci
MONTPELLIER

EXERCICE 1A.5

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $[-1;1]$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 4 \rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 4 = -12$
ainsi $f'(x) > 0$ sur $[-1;1]$

b. $f(-1) = -9$ et $f(1) = 1$ et la fonction est **continue** et **strictement croissante** sur l'intervalle

$[-1;1]$. D'après le **TVI** l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[-1;1]$.

c. $x_0 \approx 0,32$

EXERCICE 1A.6

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - \frac{3}{(x-1)^2}$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $]1;+\infty[$

$$f'(x) = -\frac{3 \times (-2) \times 1}{(x-1)^3} = \frac{6}{(x-1)^3}$$

ainsi $f'(x) > 0$ sur $]1;+\infty[$

b. $f(2) = -1$ et $f(3) = 1,25$ et la fonction est **continue** et **strictement croissante** sur l'intervalle $[2;3]$. D'après le **TVI**, l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.

c. $x_0 \approx 2,22$



EXERCICE 1A.7

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x}$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $]1;+\infty[$

$$f'(x) = \frac{3x^2(1-x) + x^3}{(1-x)^2} = \frac{3x^2 - 2x^3}{(1-x)^2} = \frac{x^2(3-2x)}{(1-x)^2}$$

ainsi $f'(x) > 0$ sur $]1;1,5[$

et $f'(x) < 0$ sur $]1,5;+\infty[$

b. $f(2) = -8$ et $f(3) = -13,5$ et la fonction est **continue** et **strictement décroissante** sur l'intervalle $[2;3]$. D'après le **TVI**, l'équation $f(x) = -11$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.

c. $x_0 \approx 2,603$