EXERCICE 1A.1

Soit f est une fonction dérivable sur $[-3;4]$ dont voici le tableau de variation :

x	-3		-2		1		4
$f(x)$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	7

1. **a.** L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

2. **a.** L'équation $f(x) = -1$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

3. **a.** L'équation $f(x) = 0$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

4. **a.** L'équation $f(x) = 5$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

EXERCICE 1A.2

Soit f est une fonction dérivable sur $[-5;7]$ dont voici le tableau de variation :

x	-5		-2		0		1		6		7
$f(x)$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2

1. **a.** L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

2. **a.** L'équation $f(x) = 0$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

3. **a.** L'équation $f(x) = -4$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?
b. Si oui, combien ?
c. Sur quel(s) intervalle(s) ?

EXERCICE 1A.3

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = x^3 - 1$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 1A.4

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = \frac{5}{x} - 2$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 1A.5

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$

par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[-1;1]$.

c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 6

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$

par $f(x) = 2 - \frac{3}{(x-1)^2}$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$

c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

EXERCICE 7

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$

par $f(x) = \frac{x^3}{1-x}$

a. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b. Montrer que l'équation $f(x) = -11$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle [2 ; 3].

c. Déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI
MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 1A.1

Soit f est une fonction dérivable sur $[-3;4]$ dont voici le tableau de variation :

x	-3		-2		1		4
$f(x)$	1	↗	4	↘	-2	↗	7

1. a. *L'équation $f(x) = 3$ admet-elle une (des) solution(s) sur I ?*

Le minimum de f est -2 et son maximum est 7.
De plus, f est une fonction définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-3;4]$.
En vertu du **théorème des valeurs intermédiaires,** l'équation $f(x) = 3$ admet des solutions sur I.

b. *Si oui, combien ?*

f est continue et strictement croissante sur $[-3;-2]$ et $f(-3) < 3 < f(-2)$. D'après le **TVI**, elle admet une solution sur cet intervalle.
En raisonnant de même, on trouve **3** solutions.

c. *Sur quel(s) intervalle(s) ?*

[-3 ; -2] , **[-2 ; 1]** et **[1 ; 4]**

2. a. L'équation $f(x) = -1$ admet des solutions sur I
b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : **[-2 ; 1]** et **[1 ; 4]**

3. a. L'équation $f(x) = 0$ admet des solutions sur I
b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : **[-2 ; 1]** et **[1 ; 4]**

4. a. L'équation $f(x) = 5$ admet une solution sur I
b. Si oui, combien ? **1** solution
c. Sur l'intervalle : **[1 ; 4]**

EXERCICE 1A.2

Soit f est une fonction dérivable sur $[-5;7]$ dont voici le tableau de variation :

x	-5		-2		0		1		6		7
f(x)	2	↗	5	↘	1	↗	2	↘	-3	↗	-2

1. a. L'équation $f(x) = 3$ admet des solutions sur I
b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : **[-5 ; -2]** et **[-2 ; 0]**

2. a. L'équation $f(x) = 0$ admet des solutions sur I
b. Si oui, combien ? **2** solutions
c. Sur les intervalles : **[0 ; 1]** et **[1 ; 6]**

3. a. L'équation $f(x) = -4$ **n'admet pas de solution sur I.**

EXERCICE 1A.3

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = x^3 - 1$

a. *Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.*

f est définie, continue et dérivable sur $[1;2]$

$f'(x) = 3x^2$ ainsi $f'(x) > 0$ sur $[1;2]$

b. $f(1) = 0$ et $f(2) = 7$ et la fonction est strictement croissante sur l'intervalle $[1;2]$**.** D'après le **TVI,** l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. $\boldsymbol{x_0 \approx 1{,}59}$

EXERCICE 1A.4

Soit f la fonction définie sur $[1;2]$ par $f(x) = \dfrac{5}{x} - 2$

a. f est définie, continue et dérivable sur $[1;2]$

$f'(x) = \dfrac{-5}{x^2}$ ainsi $f'(x) < 0$ sur $[1;2]$

b. $f(1) = 3$ et $f(2) = 0{,}5$ et la fonction est **continue** et **strictement décroissante** sur l'intervalle $[1;2]$**.** D'après le **TVI,** l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[1;2]$.

c. $\boldsymbol{x_0 \approx 1{,}67}$

EXERCICE 1A.5

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $[-1;1]$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 4 \rightarrow \boldsymbol{\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 4 = -12}$

ainsi $f'(x) > 0$ sur $[-1;1]$

b. $f(-1) = -9$ et $f(1) = 1$ et la fonction est **continue** et **strictement croissante** sur l'intervalle

$[-1;1]$. D'après le **TVI** l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[-1;1]$.

c. $\boldsymbol{x_0 \approx 0,32}$

EXERCICE 1A.6

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par :

$$f(x)=2-\frac{3}{(x-1)^2}$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $]1;+\infty[$

$$f'(x)=-\frac{3\times(-2)\times 1}{(x-1)^3}=\frac{6}{(x-1)^3}$$

ainsi $f'(x)>0$ sur $]1;+\infty[$

b. $f(2)=-1$ et $f(3)=1,25$ et la fonction est **continue** et **strictement croissante** sur l'intervalle $[2;3]$. D'après le **TVI,** l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.

c. $\boldsymbol{x_0 \approx 2,22}$

EXERCICE 1A.7

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par

$$f(x)=\frac{x^3}{1-x}$$

a. f est définie, continue et dérivable sur $]1;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{\boldsymbol{3x^2(1-x)+x^3}}{\boldsymbol{(1-x)^2}}=\frac{\boldsymbol{3x^2-2x^3}}{\boldsymbol{(1-x)^2}}=\frac{\boldsymbol{x^2(3-2x)}}{\boldsymbol{(1-x)^2}}$$

ainsi $f'(x)>0$ sur $]1;1,5[$

et $f'(x)<0$ sur $]1,5;+\infty[$

b. $f(2)=-8$ et $f(3)=-13,5$ et la fonction est **continue** et **strictement décroissante** sur l'intervalle $[2;3]$. D'après le **TVI,** l'équation $f(x)=-11$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.

c. $\boldsymbol{x_0 \approx 2,603}$