

**Exercice 2A.1 :** Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes.

$$f(x) = \ln(3-x)$$

$$f(x) = \ln(x+9) - \ln(4-x)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+7}\right)$$

$$f(x) = \frac{\ln(5+x)}{\ln(x+2)}$$

**Exercice 2A.2 :** Déterminer les dérivées des fonctions suivantes, dérivables sur I :

**a.**  $f(x) = 2\ln x - x$   $I = ]0; +\infty[$

**b.**  $f(x) = x^2 \ln x$   $I = ]0; +\infty[$

**c.**  $f(x) = x \ln x - x$   $I = ]0; +\infty[$

**d.**  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$   $I = ]0; +\infty[$

**e.**  $f(x) = \frac{\ln x - 1}{2\ln x - 1}$   $I = ]2; +\infty[$

**f.**  $f(x) = \sqrt{\ln x}$   $I = [1; +\infty[$

**g.**  $f(x) = (\ln x)^2$   $I = ]0; +\infty[$

**h.**  $f(x) = \ln(3x-2)$   $I = \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$

**CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet****Exercice 2A.1 :** Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes.

$$f(x) = \ln(3-x) \quad \rightarrow f \text{ existe si } 3-x > 0 \Leftrightarrow 3 > x \quad \rightarrow D_f = ]-\infty; 3[$$

$$f(x) = \ln(x+9) - \ln(4-x) \quad \rightarrow f \text{ existe si } \begin{cases} x+9 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -9 \\ 4 > x \end{cases} \quad \rightarrow D_f = ]-9; 4[$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+7}\right) \quad \rightarrow f \text{ existe si } \frac{x}{x+7} > 0 : \text{ soit } x < -7, \text{ soit } x > 0 \quad \rightarrow D_f = ]-\infty; -7[ \cup ]0; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{\ln(5+x)}{\ln(x+2)} \quad \rightarrow f \text{ existe si } \begin{cases} 5+x > 0 \\ x+2 > 0 \\ \ln(x+2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x > -2 \\ x+2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x > -2 \\ x \neq -1 \end{cases} \quad \rightarrow D_f = ]-2; -1[ \cup ]-1; +\infty[$$

**Exercice 2A.2 :** Déterminer les dérivées des fonctions suivantes, dérivables sur I :

**a.**  $f(x) = 2\ln x - x \quad I = ]0; +\infty[$

$$f'(x) = 2 \times \frac{1}{x} - 1$$

$$f'(x) = \frac{2-x}{x}$$

**b.**  $f(x) = x^2 \ln x \quad I = ]0; +\infty[$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \times \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x \ln x + x$$

$$f'(x) = x(2 \ln x + 1)$$

**c.**  $f(x) = x \ln x - x \quad I = ]0; +\infty[$

$$f'(x) = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1$$

$$f'(x) = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

$$f'(x) = \ln x$$

**d.**  $f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad I = ]0; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x \times 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

**e.**  $f(x) = \frac{\ln x - 1}{2 \ln x - 1} \quad I = ]2; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times (2 \ln x - 1) - (\ln x - 1) \times 2 \times \frac{1}{x}}{(2 \ln x - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2 \ln x - 1) - (\ln x - 1) \times 2}{x(2 \ln x - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \ln x - 1 - 2 \ln x + 2}{x(2 \ln x - 1)^2} = \frac{1}{x(2 \ln x - 1)^2}$$

**f.**  $f(x) = \sqrt{\ln x} \quad I = [1; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$$

**g.**  $f(x) = (\ln x)^2 \quad I = ]0; +\infty[$

$$f'(x) = 2 \times \ln x \times \frac{1}{x} = \frac{2 \ln x}{x}$$

**h.**  $f(x) = \ln(3x-2) \quad I = \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$

$$f'(x) = \frac{3}{3x-2}$$