Le logarithme décimal est la fonction réciproque de la fonction $f(x)=10^x$:

pour $x>0$: si $y=\log(x)$, alors $x=10^y$.

$3=\log(1000) \Leftrightarrow 1000=10^3$

Formules : $\log(a\times b)=\log(a)+\log(b)$ et $\log(a^b)=b\times\log(a)$

Exercice 8A.1 : Vrai ou Faux

1) $\log(e)=1$
2) $\log(10^{-5})=-5$
3) $\log(10^2\times10^3)=5$
4) $\log(x)<1 \Leftrightarrow 0<x<10$
5) $\log(x)=-3\log(5) \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{125}$
6) $(\log(x))'=\dfrac{1}{x}$

pH d'une solution aqueuse

Le pH de l'eau pure est de 7,

ce qui signifie qu'il y a 10^{-7} mole de H_3O^+ dans un litre d'eau.

Le pH du jus de citron est de 2,4,

ce qui signifie qu'il y a $10^{-2,4}\simeq4\times10^{-3}$ mole de H_3O^+ dans un litre de jus de citron.

On remarque qu'un pH faible correspond à une concentration élevée de H_3O^+ donc à un milieu acide.

Exercice 8A.2 :

Le pH d'une solution aqueuse est donne par $\mathrm{pH}=-\log([H_3O^+])$, où $[H_3O^+]$ est la concentration en ions H_3O^+, exprimé en $\mathrm{mol.L^{-1}}$.

1) Calculer la concentration en ions H_3O^+ de l'eau pure $\mathrm{pH}=7$.
2) On considère une solution telle que $[H_3O^+]=7,1\times10^{-6}$ $\mathrm{mol.L^{-1}}$.
   Cette solution est-elle acide $(\mathrm{pH}<7)$ ou basique $(\mathrm{pH}>7)$?
3) On considère une solution de $\mathrm{pH}=9$. Que devient le pH si on multiplie la concentration en ions H_3O^+ par 100 ?

Acoustique : les décibels

Une différence d'un décibel (dB) entre deux puissances signifie que le logarithme du rapport entre ces deux puissances est de 0,1 (un dixième de **bel**). Sachant qu'un logarithme de 0,1 correspond à un nombre égal à 1,26, une augmentation de 1 dB correspond à une multiplication de la puissance par 1,26.
Une multiplication de la puissance sonore par 2 correspond à une augmentation de 3 dB car $10^{0,3}\simeq2$.

Exercice 8A.3 : Niveau sonore

Le niveau sonore N d'un bruit, exprimé en décibels (dB), est donné par $\mathrm{N}=10\times\log\left(\dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{I_0}}\right)$, ou I est l'intensité sonore exprime en $\mathrm{W/m^2}$, et où $\mathrm{I_0}$ est l'intensité de référence correspondant à la plus petite intensité acoustique audible. On donne $\mathrm{I_0}=10^{-12}$.

On sait que lorsqu'on met en présence plusieurs sources sonores, les intensités s'additionnent.

1) Le niveau sonore d'un lave-linge est de 50 dB.
   Quel est le niveau sonore de deux lave-linge identiques ?
   Le niveau sonore a-t-il doublé ?
2) Le niveau sonore d'une note de musique obtenue au violon est de 70 dB. Combien faut-il de violonistes jouant ensemble la même note, pour obtenir un niveau sonore de 80 dB ?
3) Le niveau sonore d'un marteau-piqueur est de 110 dB et celui d'un klaxon de voiture est de 80 dB. Quel est le niveau sonore des deux bruits réunis ? Que remarque-t-on ?

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 8A.1 : Vrai ou Faux

1) $\log(e)=1$ → **Faux :** $\log(10)=1$

2) $\log\left(10^{-5}\right)=-5$ → **Vrai**

3) $\log\left(10^2\times10^3\right)=5$ → **Vrai :** $\log\left(10^5\right)=5$

4) $\log(x)<1 \Leftrightarrow 0<x<10$ → **Vrai :** la fonction log est strictement croissante avec $\log(1)=0$

5) $\log(x)=-3\log(5) \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{125}$ → **Vrai :** $-3\log(5)=\log\left(5^{-3}\right)=\log\left(\dfrac{1}{5^3}\right)=\log\left(\dfrac{1}{125}\right)$

6) $\left(\log(x)\right)'=\dfrac{1}{x}$ → **Faux :** $\log(x)=\dfrac{\ln x}{\ln 10}$ donc $\left(\log(x)\right)'=\dfrac{1}{x\times\ln 10}$

Exercice 8A.2 : pH d'une solution aqueuse

Le pH d'une solution aqueuse est donne par $\mathrm{pH}=-\log\left(\left[H_3O^+\right]\right)$, *où* $\left[H_3O^+\right]$ *est la concentration en ions* H_3O^+, *exprimé en* $\mathrm{mol.L^{-1}}$.

1) *Calculer la concentration en ions H_3O^+ de l'eau pure $\mathrm{pH}=7$.*

Si $\mathrm{pH}=7$, alors $\log\left(\left[H_3O^+\right]\right)=-7 \Leftrightarrow \left[H_3O^+\right]=10^{-7}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$.

2) *On considère une solution telle que $\left[H_3O^+\right]=7{,}1\times10^{-6}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$.*

Cette solution est-t-elle acide $(\mathrm{pH}<7)$ ou basique $(\mathrm{pH}>7)$?

Si $\left[H_3O^+\right]=7{,}1\times10^{-6}$, alors : $\mathrm{pH}=-\log\left(7{,}1\times10^{-6}\right)\simeq 5{,}15$ → cette solution est acide.

3) *On considère une solution de $\mathrm{pH}=9$. Que devient le pH si on multiplie la concentration en ions H_3O^+ par 100 ?*

Cette solution devient neutre, vérifions-le par le calcul :

$$\mathrm{pH}=9 \Leftrightarrow \left[H_3O^+\right]=10^{-9}\ \mathrm{mol.L^{-1}}.$$

Si on multiplie par 100 cette concentration, on obtient :

$$\left[H_3O^+\right]=10^{-9}\times10^2=10^{-7} \text{ et } \mathrm{pH}=7$$: cette solution est neutre.

Exercice 8A.3 : Niveau sonore

Le niveau sonore N d'un bruit, exprimé en décibels (dB), *est donné par* $N=10\times\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$, *ou I est l'intensité sonore exprime en* $\mathrm{W/m^2}$, *et où* I_0 *est l'intensité de référence correspondant à la plus petite intensité acoustique audible.*

On sait que lorsqu'on met en présence plusieurs sources sonores, les intensités s'additionnent.

1) *Le niveau sonore d'un lave-linge est de 50 dB.*

Quel est le niveau sonore de deux lave-linge identiques ? Le niveau sonore a-t-il doublé ?

On doit d'abord calculer l'intensité sonore d'un lave-linge en fonction du niveau d'intensité sonore :

$$10\times\log\left(\frac{I}{I_0}\right)=50 \Leftrightarrow \log\left(\frac{I}{I_0}\right)=5 \Leftrightarrow \frac{I}{I_0}=10^5 \Leftrightarrow I=I_0\times10^5=10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$$

Les deux lave-linge auront une intensité égale à $2\times10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$.

Calcul du niveau d'intensité sonore :

$$N=10\times\log\left(\frac{2\times10^{-7}}{10^{-12}}\right)=10\times\log\left(2\times10^5\right)\simeq 53\ \mathrm{dB}.$$

NB : pour cinq lave-linge : $\mathrm{N}=10\times\log\left(\dfrac{5\times10^{-7}}{10^{-12}}\right)=10\times\log\left(2\times10^{5}\right)\simeq 57\ \mathrm{dB}$.

2) *Le niveau sonore d'une note de musique obtenue au violon est de 70* dB*. Combien faut-il de violonistes jouant ensemble la même note, pour obtenir un niveau sonore de 80* dB *?*

On doit d'abord calculer l'intensité sonore d'une note de musique :

$$10\times\log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=70 \iff \log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=7 \iff \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}=10^{7} \iff \mathrm{I}=\mathrm{I}_0\times10^{5}=10^{-5}\ \mathrm{W/m^2}$$

Soit *n* le nombre de violonistes recherché. Leur intensité sonore est :

$$n\times10^{-5}\ \mathrm{W/m^2}.$$

On doit donc résoudre l'inéquation :

$$10\times\log\left(\frac{n\times10^{-5}}{10^{-12}}\right)\geq 80 \iff 10\times\log\left(n\times10^{7}\right)\geq 80 \iff \log\left(n\times10^{7}\right)\geq 8$$

$$\iff n\times10^{7}\geq10^{8} \iff n\geq\frac{10^{8}}{10^{7}} \iff n\geq10.$$

Il faudra réunir 1 0violonistes pour obtenir un niveau sonore de 80 dB.

3) *Le niveau sonore d'un marteau-piqueur est de 110* dB *et celui d'un klaxon de voiture est de 80* dB. *Quel est le niveau sonore des deux bruits réunis ? Que remarque-t-on ?*

Intensité sonore d'un marteau-piqueur :

$$10\times\log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=110 \iff \log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=11 \iff \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}=10^{11} \iff \mathrm{I}=\mathrm{I}_0\times10^{11}=10^{-1}\ \mathrm{W/m^2}$$

Intensité sonore d'un klaxon de voiture :

$$10\times\log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=80 \iff \log\left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}\right)=8 \iff \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}=10^{8} \iff \mathrm{I}=\mathrm{I}_0\times10^{8}=10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}$$

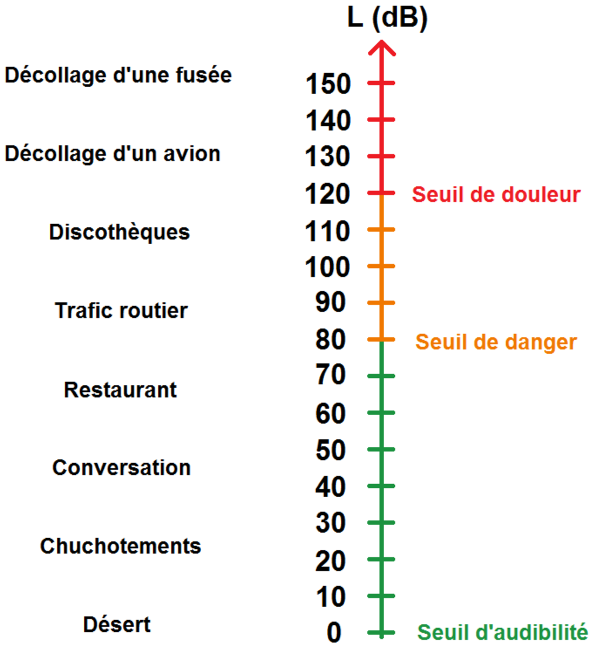
Intensité sonore du marteau-piqueur et du klaxon de voiture :

$$10^{-1}+10^{-4}=0{,}1001\ \mathrm{W/m^2}.$$

Le niveau sonore est :

$$\mathrm{N}=10\times\log\left(\frac{0{,}1001}{10^{-12}}\right)=10\times\log\left(2\times10^{5}\right)\simeq110{,}004\ \mathrm{dB}$$

Le klaxon influe peu sur le niveau sonore provoqué par le marteau-piqueur.


L (dB)
Décollage d'une fusée
Décollage d'un avion
Discothèques
Trafic routier
Restaurant
Conversation
Chuchotements
Désert
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Seuil de douleur
Seuil de danger
Seuil d'audibilité