Intersection entre une droite et un plan

Exercice 4A.1 :

Déterminer l'intersection entre le plan (P) d'équation $2x+7y+3z+4=0$ et la droite (d) d'équation paramétrique : $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \\ z=5-t \end{cases}$.

Exercice 4A.2 :

Déterminer l'intersection entre le plan (P) d'équation $3x-2y+4z-5=0$ et la droite (d) d'équation paramétrique : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-3t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Exercice 4A.1 :

Déterminer l'intersection entre le plan (P) d'équation $2x+7y+3z+4=0$ et la droite (d) d'équation paramétrique : $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \\ z=5-t \end{cases}$.

Il faut d'abord étudier la position générale de la droite et du plan.

Un vecteur directeur de la droite (d) est : $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\4\\-1\end{pmatrix}$, un vecteur normal du plan (P) est : $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\7\\3\end{pmatrix}$.

$$\vec{n}.\vec{u}=-6+28-3=19$$

→ $\vec{n}.\vec{u}\neq 0$ donc la droite n'est pas parallèle au plan, l'intersection est un point à déterminer.

Soit I le point d'intersection recherché :

$$\begin{cases} I\in(d) \\ I\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \\ z=5-t \\ 2x+7y+3z+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \\ z=5-t \\ 2(2-3t)+7(1+4t)+3(5-t)+4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \\ z=5-t \\ 19t+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-3\times\left(-\dfrac{30}{19}\right)=\dfrac{128}{19} \\ y=1+4\times\left(-\dfrac{30}{19}\right)=-\dfrac{101}{19} \\ z=5-\left(-\dfrac{30}{19}\right)=\dfrac{125}{19} \\ t=-\dfrac{30}{19} \end{cases}$$

Les coordonnées de I sont :

$$\mathrm{I}\left(\frac{128}{19};-\frac{101}{19};\frac{125}{19}\right)$$

Exercice 4A.2 :

Déterminer l'intersection entre le plan (P) d'équation $3x-2y+4z-5=0$ et la droite (d) d'équation paramétrique : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-3t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Il faut d'abord étudier la position générale de la droite et du plan.

Un vecteur directeur de la droite (d) est : $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$, un vecteur normal du plan (P) est : $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix}$.

$$\vec{n}.\vec{u}=6+6+4=16$$

→ $\vec{n}.\vec{u}\neq 0$ donc la droite n'est pas parallèle au plan, l'intersection est un point à déterminer.

Soit I le point d'intersection recherché :

$$\begin{cases} I \in (d) \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-3t \\ z = -3+t \\ 3x-2y+4z-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-3t \\ z = -3+t \\ 3(-1+2t)-2(2-3t)+4(-3+t)-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-3t \\ z = -3+t \\ -3+6t-4+6t-12+4t-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-3t \\ z = -3+t \\ 16t-24=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+2\times\frac{3}{2} = 2 \\ y = 2-3\times\frac{3}{2} = -\frac{5}{2} \\ z = -3+\frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \\ t = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Les coordonnées de I sont :

$$\mathrm{I}\left(2;-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$$