Exercices à prise d'initiative en Géométrie

Exercice 1 :

ABCDEFGH est un cube d'arête 4. Dans le repère $\left(\mathrm{A}\,,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AD}}\,,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$, on considère les plans :

$$\begin{cases} P_1 : 9x-5y+12z-15=0 \\ P_2 : 4x-3y-2z-4=0 \end{cases}$$

Déterminer et construire la section du cube par le plan P_1 puis par le plan P_2.

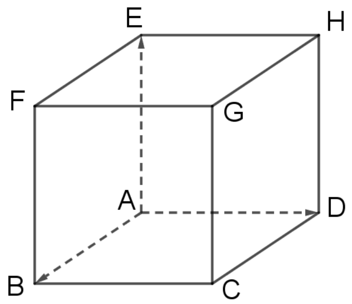
Exercice 2 : (Pondichéry - Avril 2017)

On considère un cube ABCDEFGH.

L'espace est rapporté au repère $\left(\mathrm{A};\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{AD}},\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.

On note *P* le plan d'équation $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z-1=0$.

Construire, sur la figure ci-contre, la section du cube par le plan *P*.
La construction devra être justifiée par des calculs ou des arguments géométriques.

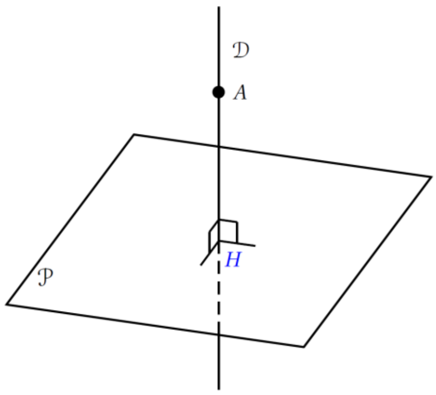


Exercice 3 : (Métropole - Juin 2017)

L'espace est muni d'un repère $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne : $2x-z-3=0$.

On note A le point de coordonnées $\left(1,a,a^2\right)$, où a est un nombre réel.

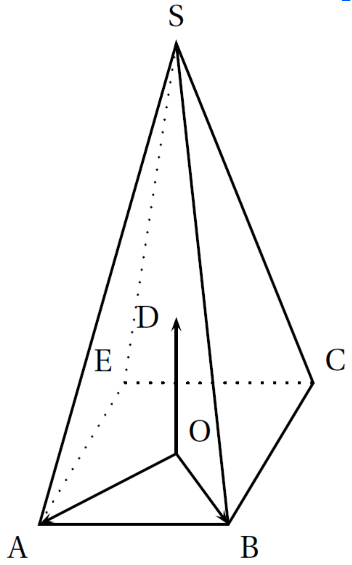


1) Justifier que, quelle que soit la valeur du réel a, le point A n'appartient pas au plan $\mathscr{P}$.
2) **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ (de paramètre noté t) passant par le point A et orthogonale au plan $\mathscr{P}$.
   b. Soit M un point appartenant à la droite $\mathscr{D}$, associé à la valeur du paramètre t dans la représentation paramétrique précédente.
   Exprimer la distance AM en fonction du réel t.

On note H le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite $\mathscr{D}$ orthogonale à $\mathscr{P}$ et passant par le point A.
Le point H est appelé le projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathscr{P}$, et la distance AH est appelée distance du point A au plan $\mathscr{P}$.

3) Existe-t-il une valeur de a pour laquelle la distance AH du point A de coordonnées $\left(1,a,a^2\right)$ au plan $\mathscr{P}$ est minimale? Justifier la réponse.

Exercice 4 : **(Amérique du Nord - Juin 2015)**



Dans l'espace, on considère une pyramide SABCE à base carrée ABCE de centre O. Soit D le point de l'espace tel que $\left(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right)$ soit un repère orthonormé. Le point S a pour coordonnées $(0;0;3)$ dans ce repère.

Partie A

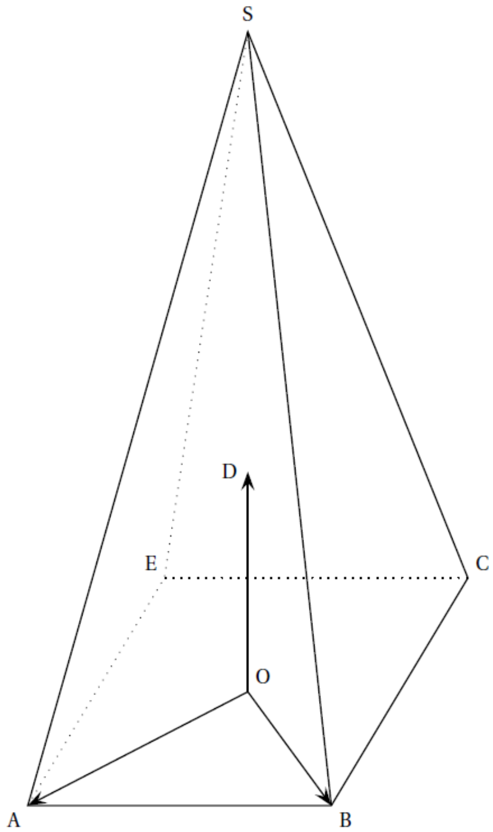
1. Soit U le point de la droite (SB) de cote 1. Construire le point U sur la figure jointe en **annexe 1, (à rendre avec la copie)**.
2. Soit V le point d'intersection du plan (AEU) et de la droite (SC).

   Montrer que les droites (UV) et (BC) sont parallèles.

   Construire le point V sur la figure jointe en **annexe 1, (à rendre avec la copie)**. (ici, la deuxième figure ci-contre).
3. Soit K le point de coordonnées $\left(\frac{5}{6};-\frac{1}{6};0\right)$.

   Montrer que K est le pied de la hauteur issue de U dans le trapèze AUVE.

Annexe :



Partie B

Dans cette partie, on admet que l'aire du quadrilatère AUVE est $\frac{5\sqrt{43}}{18}$.

1. On admet que le point U a pour coordonnées $\left(0;\frac{2}{3};1\right)$

   Vérifier que le plan (AEU) a pour équation :

   $3x-3y+5z-3=0$.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (AEU) passant par le point S.
3. Déterminer les coordonnées de H, point d'intersection de la droite (d) et du plan (AEU).
4. Le plan (AEU) partage la pyramide (SABCE) en deux solides. Ces deux solides ont-ils le même volume ?

Exercice 1 :

ABCDEFGH est un cube d'arête 4. Dans le repère $\left(\mathrm{A}\ ,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AD}}\ ,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}\ ,\ \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$, *on considère les plans :*

$$\begin{cases} P_1 : 9x-5y+12z-15=0 \\ P_2 : 4x-3y-2z-4=0 \end{cases}$$

Déterminer et construire la section du cube par le plan P_1 *puis par le plan* P_2.

1) Avec le plan $P_1 : 9x-5y+12z-15=0$:

Les coordonnées des sommets sont :

$\mathrm{D}(4;0;0)$, $\mathrm{B}(0;4;0)$, $\mathrm{E}(0;0;4)$, $\mathrm{C}(4;4;0)$, $\mathrm{H}(4;0;4)$, $\mathrm{F}(0;4;4)$, $\mathrm{G}(4;4;4)$.

Dans un premier temps, on cherche les points d'intersection avec les axes pour voir si ces intersections appartiennent au cube :

Avec l'axe $(\mathrm{O}x)$: $L\in(\mathrm{O}x) \Leftrightarrow L(x;0;0)$

$\rightarrow L\in P_1 \Leftrightarrow \ : 9x-15=0 \Leftrightarrow 9x=15 \Leftrightarrow x=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$ d'où le point $L\left(\frac{5}{3};0;0\right)$

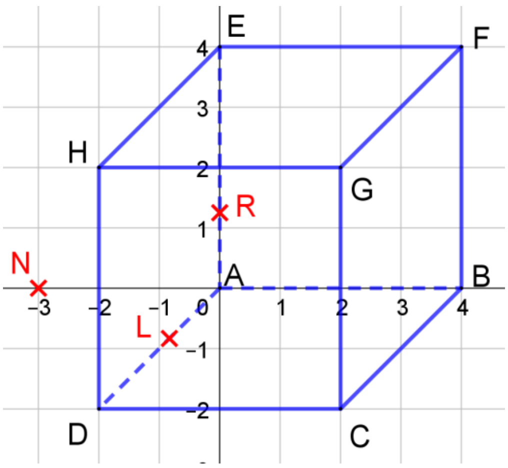
Avec l'axe $(\mathrm{O}y)$: $N\in(\mathrm{O}y) \Leftrightarrow N(0;y;0)$

$\rightarrow N\in P_1 \Leftrightarrow \ : -5y-15=0 \Leftrightarrow -5y=15 \Leftrightarrow y=\frac{15}{-5}=-3$ d'où le point $N(0;-3;0)$

Avec l'axe $(\mathrm{O}z)$: $R\in(\mathrm{O}z) \Leftrightarrow R(0;0;z)$

$\rightarrow R\in P_1 \Leftrightarrow \ : 12z-15=0 \Leftrightarrow 12z=15 \Leftrightarrow z=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$ d'où le point $R\left(0;0;\frac{5}{4}\right)$.

On retrouve un problème classique de section du cube :



On observe graphiquement que la droite (LN) va couper le segment $[BC]$ en un point S et que la droite (NR) va couper le segment $[BF]$ en un point T.

Equation paramétrique de la droite (LN) :

$$M(x;y;z)\in(LN) \Leftrightarrow \overrightarrow{LM}=k\times\overrightarrow{LN}\ ,\ k\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\frac{5}{3}=k\times\left(-\frac{5}{3}\right) \\ y=k\times(-3) \\ z=k\times 0 \end{cases} ,k\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{3}-\frac{5}{3}k \\ y=-3k \\ z=0 \end{cases} ,k\in\mathbb{R}$$

Equation paramétrique de la droite (BC) :

$$M(x;y;z)\in(BC) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}=t\times\overrightarrow{BC}\ ,\ t\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t\times 1 \\ y-4=t\times 0\ ,t\in\mathbb{R} \\ z=t\times 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t \\ y=4\ ,t\in\mathbb{R} \\ z=0 \end{cases}$$

Le point S intersection des droites (LN) et (BC) vérifie :

$$\begin{cases} \frac{5}{3}-\frac{5}{3}k=t \\ -3k=4 \\ 0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{3}-\frac{5}{3}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=t \\ k=-\frac{4}{3} \\ 0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{3}+\frac{20}{9}=t \\ k=-\frac{4}{3} \\ 0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{35}{9} \\ k=-\frac{4}{3} \\ 0=0 \end{cases} \text{ d'où le point } S\left(\frac{35}{9};4;0\right).$$

Equation paramétrique de la droite (NR) :

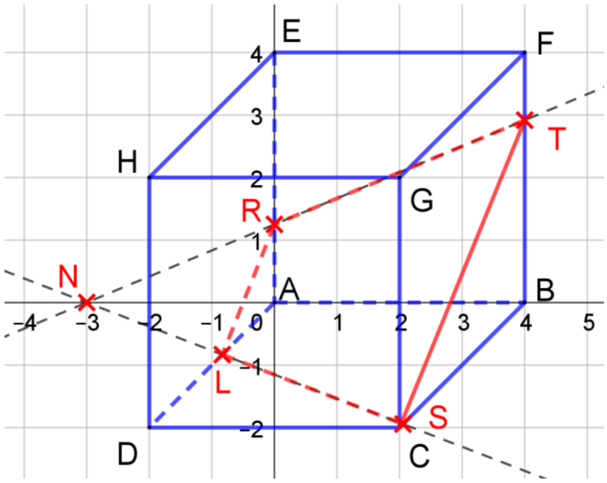
$$M(x;y;z)\in(NR) \Leftrightarrow \overrightarrow{NM}=k\times\overrightarrow{NR}\ ,\ k\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x=k\times 0 \\ y+3=k\times 3, k\in\mathbb{R} \\ z=k\times\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3+3k, k\in\mathbb{R} \\ z=\frac{5}{4}k \end{cases}$$

Equation paramétrique de la droite (BF) :

$$M(x;y;z)\in(BF) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}=t\times\overrightarrow{BF}\ ,\ t\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t\times 0 \\ y-4=t\times 0\ ,t\in\mathbb{R} \\ z=t\times 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4\ ,t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$

Le point T intersection des droites (NR) et (BF) vérifie :

$$\begin{cases} 0=0 \\ -3+3k=4 \\ \frac{5}{4}k=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ 3k=7 \\ \frac{5}{4}k=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ k=\frac{7}{3} \\ \frac{5}{4}\times\frac{7}{3}=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ k=\frac{7}{3} \\ t=\frac{35}{12} \end{cases} \text{ d'où le point } T\left(0;4;\frac{35}{12}\right).$$



2) Avec le plan $P_2 : 4x-3y-2z-4=0$:

Les coordonnées des sommets sont :

D$(4;0;0)$, B$(0;4;0)$, E$(0;0;4)$, C$(4;4;0)$, H$(4;0;4)$, F$(0;4;4)$, G$(4;4;4)$.

Dans un premier temps, on cherche les points d'intersection avec les axes pour voir si ces intersections appartiennent au cube :

Avec l'axe (Ox) : $L \in (Ox) \Leftrightarrow L(x;0;0)$

→ $L \in P_2 \Leftrightarrow \; : 4x-4=0 \Leftrightarrow 4x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{4}=1$ d'où le point $L(1;0;0)$

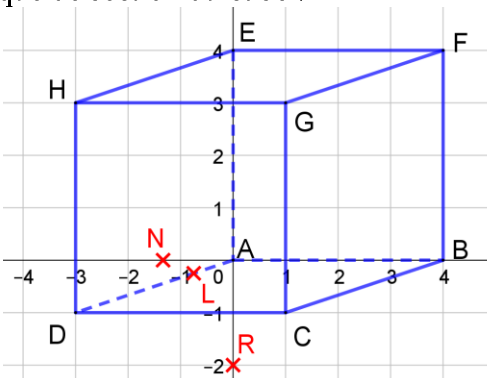
Avec l'axe (Oy) : $N \in (Oy) \Leftrightarrow N(0;y;0)$

→ $N \in P_2 \Leftrightarrow \; : -3y-4=0 \Leftrightarrow -3y=4 \Leftrightarrow y=-\frac{4}{3}$ d'où le point $N\left(0;-\frac{4}{3};0\right)$

Avec l'axe (Oz) : $R \in (Oz) \Leftrightarrow R(0;0;z)$

→ $R \in P_2 \Leftrightarrow \; : -2z-4=0 \Leftrightarrow -2z=4 \Leftrightarrow z=\frac{4}{-2}=-2$ d'où le point $R(0;0;-2)$.

On retrouve un problème classique de section du cube :

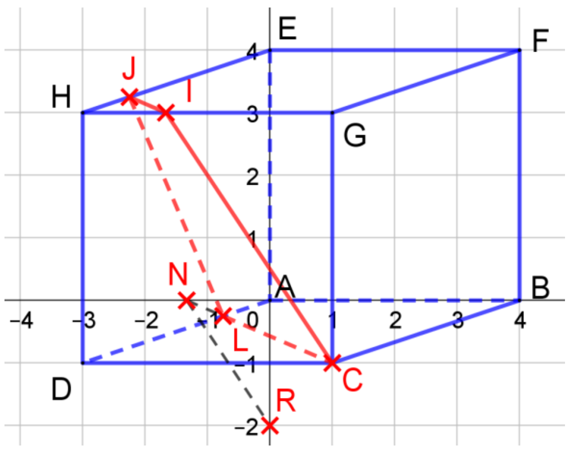


On observe graphiquement que la droite (LN) va couper le segment $[CD]$ au point C

→par le calcul : $4x_C-3y_C-2z_C-4=4\times4-3\times4-2\times0-4=16-12-4=0$ donc $C \in P_2$.

Les plans avant et arrière étant parallèles, la parallèle à la droite (NR) passant par C coupe le segment $[GH]$ au point I.

Les plans du dessus et du dessous étant parallèles, la parallèle à la droite (LC) passant par I coupe le segment $[EH]$ au point J.



→cela marche, mais c'est assez laborieux.

AUTRE METHODE

Sur le net, une autre méthode intuitive : tester chaque arête et intuiter les coordonnées potentielles d'un point du plan P_2. On peut d'abord étudier les intersections avec les axes afin de n'étudier que les arêtes du cube qui seront concernées.

Par exemple, soit un point I de l'arête $[GH]$ de la forme $I(4;k;4)$ avec $k \in [0;4]$.

→si $I \in P_2$, alors $4\times4-3\times k-2\times4-4=0 \Leftrightarrow 16-3k-8-4=0 \Leftrightarrow -3k=-4 \Leftrightarrow k=\frac{4}{3}$.

→on obtient $I\left(4;\frac{4}{3};4\right)$

Par exemple, soit un point *J* de l'arête $[EH]$ de la forme $J(t;0;4)$ avec $t\in[0;4]$.

→si $J\in P_2$, alors $4\times t-3\times 0-2\times 4-4=0 \Leftrightarrow 4t-8-4=0 \Leftrightarrow 4t=12 \Leftrightarrow t=\frac{12}{4}=3$.

→on obtient $J(3;0;4)$.

Par exemple, soit un point *L* de l'arête $[AD]$ de la forme $L(x;0;0)$ avec $x\in[0;4]$.

→si $L\in P_2$, alors $4\times x-3\times 0-2\times 0-4=0 \Leftrightarrow 4x-4=0 \Leftrightarrow 4x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{4}=1$.

→on obtient $L(1;0;0)$.

Exercice 2 :

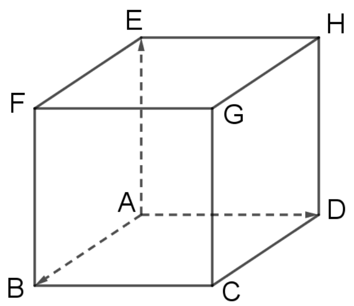
On considère un cube ABCDEFGH.

L'espace est rapporté au repère $\left(\mathrm{A};\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{AD}},\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.

On note $\mathcal{P}$ le plan d'équation $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z-1=0$.

Construire, sur la figure ci-contre, la section du cube par le plan $\mathcal{P}$.

La construction devra être justifiée par des calculs ou des arguments géométriques.

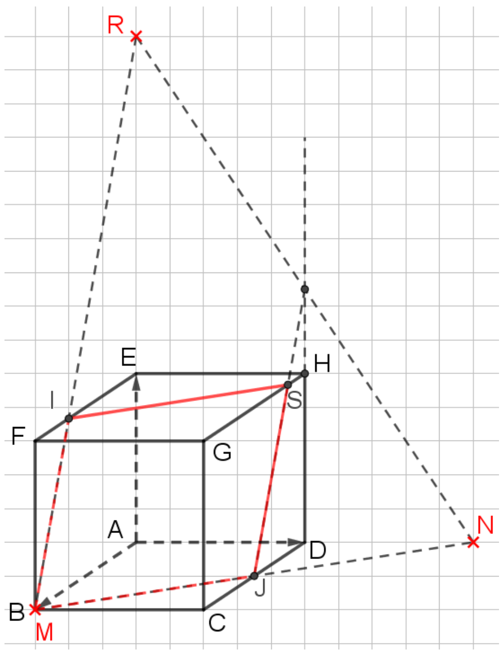


Deux méthodes : soit chercher des points sur les axes, soit chercher intuitivement des points sur les arêtes du cube.

1ère méthode : on cherche 3 points simples du plan $\mathcal{P}$ ayant deux coordonnées nulles :

$$\mathrm{M}(1;0;0)\ ,\ \mathrm{N}(0;2;0)\ \text{ et }\ \mathrm{R}(0;0;3).$$

Ayant placé ces trois points, on peut construire la section du cube, comme suit :

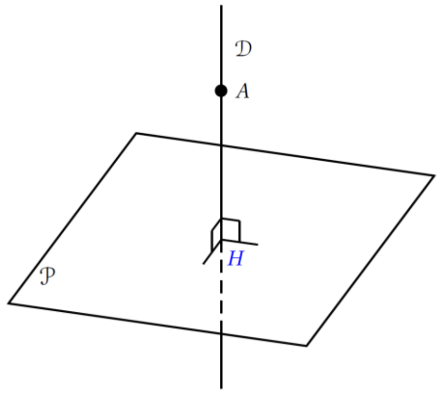


2ème méthode : on cherche des points du plan $\mathcal{P}$ appartenant aux arêtes du cube : $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z-1=0$

$$\mathrm{M}(1;0;0)\ ,\ \mathrm{J}\left(\frac{1}{2};1;0\right)\ ,\ \mathrm{I}\left(\frac{2}{3};0;1\right)\ \text{ et }\ \mathrm{S}\left(\frac{1}{6};1;1\right).$$

Ayant placé ces quatre points, la construction de la section du cube est aisée.

Exercice 3 : **(Métropole - Juin 2017)**



L'espace est muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne : $2x-z-3=0$.

On note A le point de coordonnées $\left(1,a,a^2\right)$, où a est un nombre réel.

1) *Justifier que, quelle que soit la valeur du réel a, le point A n'appartient pas au plan $\mathscr{P}$.*

$$A\in\mathscr{P} \iff 2\times1-a^2-3=0 \iff a^2=-1.$$

Cette équation n'a pas de solution réelle, $A\notin\mathscr{P}$

2) **a.** *Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ (de paramètre noté t) passant par le point A et orthogonale au plan $\mathscr{P}$.*

Le vecteur $\vec{n}(2;0;-1)$, normal au plan $\mathscr{P}$, est un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$. Ainsi :

$$\mathscr{D}=\left\{M/\overrightarrow{AM}=t\times\vec{n}\ ,\ t\in\mathbb{R}\right\}=\begin{cases}x=1+2t\\ y=a\\ z=a^2-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}.$$

b. *Soit M un point appartenant à la droite $\mathscr{D}$, associé à la valeur du paramètre t dans la représentation paramétrique précédente. Exprimer la distance AM en fonction du réel t.*

$$\begin{aligned}AM&=\sqrt{(x-1)^2+(y-a)^2+\left(z-a^2\right)^2}\\&=\sqrt{(1+2t-1)^2+(a-a)^2+\left(a^2-t-a^2\right)^2}\\&=\sqrt{4t^2+t^2}=\sqrt{5}\times|t|\end{aligned}$$

On note H le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite $\mathscr{D}$ orthogonale à $\mathscr{P}$ et passant par le point A. Le point H est appelé le projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathscr{P}$, et la distance AH est appelée distance du point A au plan $\mathscr{P}$.

3) *Existe-t-il une valeur de a pour laquelle la distance AH du point A de coordonnées $\left(1,a,a^2\right)$ au plan $\mathscr{P}$ est minimale? Justifier la réponse.*

Le point H appartient au plan $\mathscr{P}$ et à la droite $\mathscr{D}$. Ses coordonnées vérifient :

$$\begin{cases}x=1+2t\\ y=a\\ z=a^2-t\\ 2x-z-3=0\end{cases}\iff\begin{cases}x=1+2t\\ y=a\\ z=a^2-t\\ 2(1+2t)-\left(a^2-t\right)-3=0\end{cases}\iff\begin{cases}x=1+2t\\ y=a\\ z=a^2-t\\ 5t=a^2+1\end{cases}\iff\begin{cases}x=1+2t\\ y=a\\ z=a^2-t\\ t=\dfrac{a^2+1}{5}\end{cases}$$

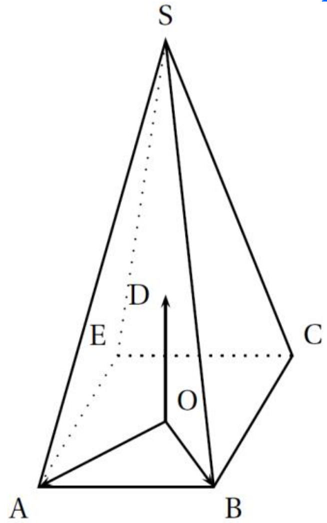
Pour $t_H=\dfrac{a^2+1}{5}$, on obtient les coordonnées de H.

La relation $AH=\sqrt{5}\times|t_H|$ donne : $AH=\sqrt{5}\times\dfrac{a^2+1}{5}$.

→cette longueur est minimale pour $a=0$, la longueur minimale vaut : $\sqrt{5}\times\dfrac{0^2+1}{5}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Exercice 4 : (Amérique du Nord - Juin 2015)

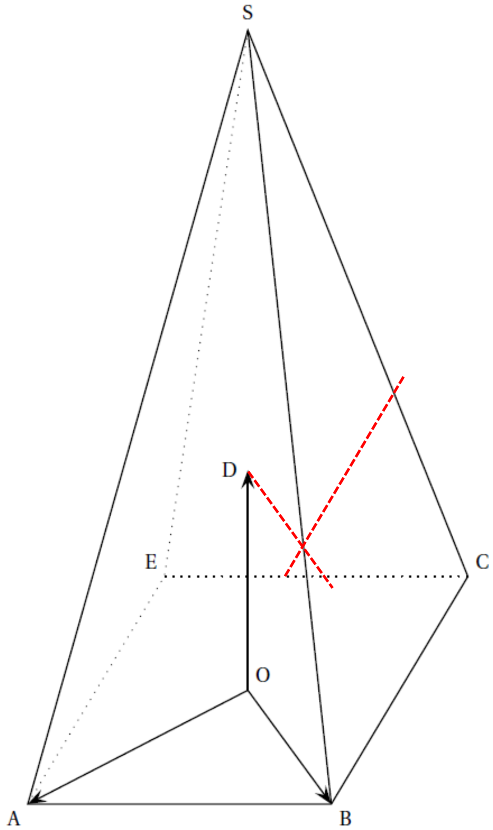
Dans l'espace, on considère une pyramide SABCE à base carrée ABCE de centre O. Soit D le point de l'espace tel que $\left(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right)$ *soit un repère orthonormé. Le point S a pour coordonnées* $(0;0;3)$ *dans ce repère.*



Partie A

1. *Soit U le point de la droite* (SB) *de cote 1. Construire le point U sur la figure jointe en* ***annexe 1, (à rendre avec la copie)***.
   On trace une parallèle à (OB) passant par D.
2. *Soit V le point d'intersection du plan* (AEU) *et de la droite* (SC).
   Montrer que les droites (UV) *et* (BC) *sont parallèles.*
   Construire le point V sur la figure jointe en ***annexe 1, (à rendre avec la copie)***. *(ici, la deuxième figure ci-contre).*
   On trace une parallèle à (AE) passant par U qui va couper (SC) en V.

Annexe :



3. *Soit K le point de coordonnées* $\left(\frac{5}{6};-\frac{1}{6};0\right)$.
   Montrer que K est le pied de la hauteur issue de U dans le trapèze AUVE.
   On doit vérifier que le point K proposé vérifie :
   $$\begin{cases} K\in[AE] \\ [AE]\perp[KU] \end{cases}.$$
   On a $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $E(0;-1;0)$, $\overrightarrow{EA}(1;1;0)$.
   $$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{6};-\frac{1}{6};0\right) \text{ donc } \overrightarrow{AK}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{EA} \;:\; K\in[AE]$$
   La relation $\overrightarrow{BU}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BS}$ donne, avec $\overrightarrow{BS}(0;-1;3)$:
   $$\begin{cases} x_U=0 \\ y_U-1=-\frac{1}{3} \\ z_U=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_U=0 \\ y_U=\frac{2}{3} \\ z_U=1 \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{KU}\left(-\frac{5}{6};\frac{5}{6};1\right)$$
   $$\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{KU}=-\frac{5}{6}+\frac{5}{6}=0 \rightarrow [AE]\perp[KU]$$
   K est le pied de la hauteur issue de U dans le trapèze AUVE.

Partie B

Dans cette partie, on admet que l'aire du quadrilatère AUVE est $\frac{5\sqrt{43}}{18}$.

1. *On admet que le point U a pour coordonnées* $\left(0;\frac{2}{3};1\right)$.
   Vérifier que le plan (AEU) *a pour équation :* $3x-3y+5z-3=0$.
   Les vecteurs $\overrightarrow{EA}(1;1;0)$ et $\overrightarrow{AU}\left(-1;\frac{2}{3};1\right)$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (AEU).
   L'équation proposée $3x-3y+5z-3=0$ caractérise un plan de vecteur normal $\vec{n}(3;-3;5)$:

$\vec{n}.\overrightarrow{\mathrm{EA}} = 3-3=0$ et $\vec{n}.\overrightarrow{\mathrm{AU}} = -3-2+5=0$ donc : $\vec{n} \perp \overrightarrow{\mathrm{EA}}$ et $\vec{n} \perp \overrightarrow{\mathrm{AU}}$.

L'équation proposée $3x-3y+5z-3=0$ caractérise le plan (AEU).

2. *Donner une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (AEU) passant par le point S.*

$$(d) = \left\{ \mathrm{M} / \overrightarrow{\mathrm{SM}} = k \times \vec{n} \text{ , } k \in \mathbb{R} \right\} = \begin{cases} x = 3k \\ y = -3k \\ z = 3+5k \end{cases} \text{ , } k \in \mathbb{R}$$

3. *Déterminer les coordonnées de H, point d'intersection de la droite (d) et du plan (AEU).*

Le point H appartient au plan (AEU) et à la droite (d). Ses coordonnées vérifient :

$$\begin{cases} x = 3k \\ y = -3k \\ z = 3+5k \\ 3x-3y+5z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = -3k \\ z = 3+5k \\ 3(3k)-3(-3k)+5(3+5k)-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+3k \\ y = -3k \\ z = 3+5k \\ 43k = -12 \end{cases}$$

On obtient : $k = -\frac{12}{43}$, on obtient les coordonnées de $\mathrm{H}\left(-\frac{36}{43};\frac{36}{43};3-\frac{60}{43}\right)$ soit $\mathrm{H}\left(-\frac{36}{43};\frac{36}{43};\frac{69}{43}\right)$.

4. *Le plan (AEU) partage la pyramide (SABCE) en deux solides. Ces deux solides ont-ils le même volume ?*

Le volume de la pyramide SABCE est :

$$V_{\mathrm{SABCE}} = \frac{1}{3} \times Aire_{\mathrm{ABCE}} \times \mathrm{OD} = \frac{1}{3} \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times 3 = 2$$

Le volume de la pyramide SAUVE est :

$$V_{\mathrm{SAUVE}} = \frac{1}{3} \times Aire_{\mathrm{AUVE}} \times \mathrm{SH}$$

Or : $\overrightarrow{\mathrm{SH}}\left(-\frac{36}{43};\frac{36}{43};-\frac{60}{43}\right)$, d'où :

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\left(-\frac{36}{43}\right)^2 + \left(\frac{36}{43}\right)^2 + \left(-\frac{60}{43}\right)^2} = \frac{1}{43}\sqrt{1296+1296+3600} = \frac{12\sqrt{43}}{43}$$

Ainsi : $V_{\mathrm{SAUVE}} = \frac{1}{3} \times \frac{5\sqrt{43}}{18} \times \frac{12\sqrt{43}}{43} = \frac{60}{54} = \frac{10}{9}$

5. On a : $V_{\mathrm{SAUVE}} \neq \frac{1}{2} V_{\mathrm{SABCE}}$, donc le plan (AEU) ne partage pas la pyramide (SABCE) en deux solides de même volume.