Des équations différentielles vers les primitives

Exercice 1C.1 :

Soit $f(x)=5e^{3x}$. Trouver trois équations différentielles dont la fonction f est solution.

Exercice 1C.2 :

Déterminer une solution pour les équations différentielles suivantes :

a) $y'=3x^2-5x+2$

b) $y'=2e^x+\dfrac{3}{x}$

c) $y'=e^{5x}+\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{5}{5x+2}$

Exercice 1C.1 :

Soit $f(x)=5e^{3x}$. Trouver trois équations différentielles dont la fonction f est solution.

Dérivons la fonction :

$$f'(x)=5\times 3e^{3x}=15e^{3x}$$

$$f''(x)=15\times 3e^{3x}=45e^{3x}$$

Ainsi on peut proposer les équations différentielles suivantes :

$$f''(x)-2f'(x)-3f(x)=0$$

$$f''(x)+f'(x)+f(x)=65e^{3x}$$

$$f'(x)-3f(x)=0$$

Exercice 1C.2 :

Déterminer une solution pour les équations différentielles suivantes :

En utilisant les formules connues de dérivation :

a) $y'=3x^2-5x+2$ → $y=3\times\frac{x^3}{3}-5\times\frac{x^2}{2}+2x=x^3-\frac{5x^2}{2}+2x$

b) $y'=2e^x+\frac{3}{x}=2\times e^x+3\times\frac{1}{x}$ → $y=2e^x+3\times\ln x$

c) $y'=e^{5x}+\frac{3}{x^2}+\frac{5}{5x+2}=\frac{1}{5}\times 5e^{5x}+3\times\frac{1}{x^2}+\frac{5}{5x+2}$

→ $y=\frac{1}{5}e^{5x}+3\times\frac{-1}{x^2}+\ln|5x+2|=\frac{1}{5}e^{5x}-\frac{3}{x^2}+\ln|5x+2|$