EXERCICE 2A.1 Dans chaque cas, indiquer si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

a. $f(x)=\dfrac{-3}{(x+4)^2}$ $\qquad F(x)=\dfrac{3}{x+4}$

b. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ $\qquad F(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

x. $f(x)=\dfrac{7}{(1-5x)^2}$ $\qquad F(x)=\dfrac{3x-2}{1-5x}$

EXERCICE 2A.2 On considère les fonctions f, g et h suivantes :

$$f(x)=\frac{10}{x^3} \qquad g(x)=3x+2+\frac{5}{x} \qquad h(x)=\frac{3x^2-5}{x^2}$$

L'une de ces fonctions est la primitive d'une seconde, et la dérivée de la troisième. Alors, qui est qui ?

EXERCICE 2A.3 On considère quatre fonctions f, g, h et k telles que : g est une primitive de f ; f est la dérivée seconde de h ; k est une primitive de h.

a. Quelle est la dérivée de f ? **b.** Quelle est la primitive de g ? **c.** Quelle est la dérivée seconde de k ?

EXERCICE 2A.4 Dans chaque cas déterminer une primitive de la fonction f sur I, si c'est possible :

a. $f(x)=x^3$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$ $\qquad$ **b.** $f(x)=x$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$

c. $f(x)=\dfrac{1}{x^7}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$ $\qquad$ **d.** $f(x)=x^7$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$

e. $f(x)=3$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$ $\qquad$ **f.** $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$

g. $f(x)=x^{-4}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$ $\qquad$ **h.** $f(x)=x^4$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$

i. $f(x)=-2$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$ $\qquad$ **j.** $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$

k. $f(x)=x^{-3}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$ $\qquad$ **l.** $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ avec $I=\mathbb{R}^{+*}$ → $F(x)=$

m. $f(x)=\dfrac{1}{x}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=$ $\qquad$ **n.** $f(x)=0$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=$

EXERCICE 2A.5 Dans chaque cas déterminer la primitive de la fonction f sur I, qui vérifie la condition initiale :

a. $f(x)=x^2$ avec $I=\mathbb{R}$ et $F(1)=0$ → $F(x)=$

c. $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ et $F(1)=1$ → $F(x)=$

e. $f(x)=5$ avec $I=\mathbb{R}$ et $F(-1)=2$ → $F(x)=$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 2A.1 Dans chaque cas, indiquer si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

a. $f(x)=\dfrac{-3}{(x+4)^2}$ $F(x)=\dfrac{3}{x+4}$ $F'(x)=\dfrac{3\times(-1)}{(x+4)^2}=\dfrac{-3}{(x+4)^2}=f(x)$

b. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ $F(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$ $F'(x)=\dfrac{2x\times x-(x^2+1)}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}=f(x)$

c. $f(x)=\dfrac{7}{(1-5x)^2}$ $F(x)=\dfrac{3x-2}{1-5x}$

$F'(x)=\dfrac{3(1-5x)-(3x-2)\times(-5)}{(1-5x)^2}=\dfrac{3-15x+15x-10}{(1-5x)^2}=\dfrac{-7}{(1-5x)^2}$

EXERCICE 2A.2 On considère les fonctions *f*, *g* et *h* suivantes :

$f(x)=\dfrac{10}{x^3}$ $g(x)=3x+2+\dfrac{5}{x}$ $h(x)=\dfrac{3x^2-5}{x^2}$

$h'(x)=\dfrac{6x\times x^2-(3x^2-5)\times 2x}{x^2}=\dfrac{6x^3-6x^3+10x}{x^4}=\dfrac{10}{x^3}=f(x)$ et $g'(x)=3-\dfrac{5}{x^2}=\dfrac{3x^2-5}{x^2}=h(x)$

EXERCICE 2A.3 On considère quatre fonctions *f*, *g*, *h* et *k* telles que :

g est une primitive de *f* → $g'(x)=f(x)$

f est la dérivée seconde de *h* → $h''(x)=f(x)$

k est une primitive de *h* → $k'(x)=h(x)$

a. Quelle est la dérivée de *f* ? → $f'(x)$

b. Quelle est la primitive de *g* ? → $h(x)$

c. Quelle est la dérivée seconde de *k* ? → $g(x)$

EXERCICE 2A.4 *Dans chaque cas déterminer* ***une*** *primitive de la fonction f sur I, si c'est possible :*

a. $f(x)=x^3$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=\dfrac{x^4}{4}$

b. $f(x)=x$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=\dfrac{x^{1+1}}{1+1}=\dfrac{x^2}{2}$

c. $f(x)=\dfrac{1}{x^7}$, $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\dfrac{x^{-6}}{-6}=\dfrac{-1}{6x^6}$

d. $f(x)=x^7$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=\dfrac{x^{7+1}}{7+1}=\dfrac{x^8}{8}$

e. $f(x)=3$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=3x$

f. $f(x)=\dfrac{1}{x^2}=x^{-2}$, $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\dfrac{x^{-1}}{-1}=\dfrac{-1}{x}$

g. $f(x)=x^{-4}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\dfrac{x^{-4+1}}{-4+1}=\dfrac{-x^{-3}}{3}$

h. $f(x)=x^4$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=\dfrac{x^{4+1}}{4+1}=\dfrac{x^5}{5}$

i. $f(x)=-2$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=-2x$

j. $f(x)=\dfrac{1}{x^3}=x^{-3}$, $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\dfrac{x^{-2}}{-2}=\dfrac{-1}{2x^2}$

k. $f(x)=x^{-3}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\dfrac{x^{-3+1}}{-3+1}=\dfrac{-1}{2x^2}$

l. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ avec $I=\mathbb{R}^{+*}$ → $F(x)=2\sqrt{x}$

m. $f(x)=\dfrac{1}{x}$ avec $I=\mathbb{R}^*$ → $F(x)=\ln|x|$

n. $f(x)=0$ avec $I=\mathbb{R}$ → $F(x)=5$

EXERCICE 2A.5 *Dans chaque cas déterminer la primitive de la fonction f sur I, qui vérifie la condition initiale*

a. $f(x)=x^2$ avec I = $\mathbb{R}$ et $F(1)=0$ → $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+c$ avec $F(1)=\dfrac{1^3}{3}+c=\dfrac{1}{3}+c=0$

→ $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{3}$

b. $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ avec I = $\mathbb{R}$ * et $F(1)=1$ → $F(x)=\dfrac{-1}{x}+c$ avec $F(1)=\dfrac{-1}{1}+c=-1+c=1$

→ $F(x)=\dfrac{-1}{x}+2$

c. $f(x)=5$ avec I = $\mathbb{R}$ et $F(-1)=2$ → $F(x)=5x+c$ or $F(-1)=5\times(-1)+c=-5+c=2$

→ $F(x)=5x+7$