Rappel :

La solution générale d'une équation différentielle du type « $y' = ay$ » où a est un réel quelconque est :

$$y(x) = C.e^{ax} \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

EXERCICE 5A.1

Dans chaque cas, transformer l'équation (si nécessaire) puis donner la solution générale.

a.	$y' = 3y \Leftrightarrow$	Solution générale :
b.	$y' = -2y \Leftrightarrow$	Solution générale :
c.	$y' + 5y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
d.	$3y' + 6y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
e.	$y' - 2y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
f.	$5y' - 2y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
g.	$y = 3y' \Leftrightarrow$	Solution générale :
h.	$-4y' - 12y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
i.	$-2y' + y = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :
j.	$y' = 0 \Leftrightarrow$	Solution générale :

EXERCICE 5A.2

Déterminer la solution f de l'équation (E): $y' = 3y$ telle que $f(0) = 2$.

EXERCICE 5A.3

Déterminer la solution f de l'équation (E): $2y' = y$ telle que $f(\ln 9) = 2$.

EXERCICE 5A.4

Déterminer la solution f de l'équation (E): $2y' + y = 0$ telle que $f(2) = e$.

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

EXERCICE 5A.1

Dans chaque cas, transformer l'équation (si nécessaire) puis donner la solution générale.

a.	$y'=3y \Leftrightarrow$		Solution générale :	$y(x)=C.e^{3x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
b.	$y'=-2y \Leftrightarrow$		Solution générale :	$y(x)=C.e^{-2x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
c.	$y'+5y=0 \Leftrightarrow$	$y'=-5y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{-5x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
d.	$3y'+6y=0 \Leftrightarrow$	$y'=-2y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{-2x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
e.	$y'-2y=0 \Leftrightarrow$	$y'=2y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{2x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
f.	$5y'-2y=0 \Leftrightarrow$	$y'=\frac{2}{5}y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{\frac{2x}{5}}$ avec $C\in\mathbb{R}$
g.	$y=3y' \Leftrightarrow$	$y'=\frac{1}{3}y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{\frac{x}{3}}$ avec $C\in\mathbb{R}$
h.	$-4y'-12y=0 \Leftrightarrow$	$y'=-3y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{-3x}$ avec $C\in\mathbb{R}$
i.	$-2y'+y=0 \Leftrightarrow$	$y'=\frac{1}{2}y$	Solution générale :	$y(x)=C.e^{\frac{x}{2}}$ avec $C\in\mathbb{R}$
j.	$y'=0 \Leftrightarrow$	$y'=0y$	Solution générale :	$y(x)=C$ avec $C\in\mathbb{R}$

EXERCICE 5A.2

Déterminer la solution f de l'équation (E) : $y'=3y$ telle que $f(0)=2$.

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$f(x)=k\times e^{3x}\ ,\ k\in\mathbb{R}.$$

La condition initiale $f(0)=2$ s'applique :

$$f(0)=2 \Leftrightarrow k\times e^{3\times 0}=2 \Leftrightarrow k=2.$$

La fonction cherchée est :

$$f(x)=2e^{3x}.$$

EXERCICE 5A.3

Déterminer la solution f de l'équation (E) : $2y'=y$ telle que $f(\ln 9)=2$.

Les solutions de l'équation différentielle $y'=\frac{1}{2}y$ sont de la forme :

$$f(x)=k\times e^{\frac{1}{2}x}\ ,\ k\in\mathbb{R}.$$

La condition initiale $f(\ln 9)=2$ s'applique :

$$f(\ln 9)=2 \Leftrightarrow k\times e^{\frac{1}{2}\times\ln 9}=2 \Leftrightarrow k\times e^{\ln 3}=2 \Leftrightarrow 3k=2 \Leftrightarrow k=\frac{2}{3}.$$

La fonction cherchée est :

$$f(x)=\frac{2}{3}\times e^{\frac{1}{2}x}.$$

EXERCICE 5A.4

Déterminer la solution f de l'équation (E) : $2y'+y=0$ telle que $f(2)=e$.

Les solutions de l'équation différentielle $y'=-\frac{1}{2}y$ sont de la forme :

$$f(x)=k\times e^{-\frac{1}{2}x} \text{ , } k\in\mathbb{R}.$$

La condition initiale $f(2)=e$ s'applique :

$$f(2)=e \iff k\times e^{-\frac{1}{2}\times 2}=e \iff k\times e^{-1}=e \iff \frac{k}{e}=e \iff k=e^2.$$

La fonction cherchée est :

$$f(x)=e^2\times e^{-\frac{1}{2}x}.$$