EXERCICES 1A.1

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_1^2 x^2 dx$	$J = \int_0^2 \left(x^5 + x^3\right) dx$	$K = \int_2^4 \frac{dx}{x^2}$
$I = \Big[\qquad \Big]_1^2$	$J = \Big[\qquad \Big]_0^2$	$K = \Big[\qquad \Big]_2^4$
$I = \Big(\qquad \Big) - \Big(\qquad \Big)$	$J = \Big(\qquad \Big) - \Big(\qquad \Big)$	$K = \Big(\qquad \Big) - \Big(\qquad \Big)$
I =	J =	K =
I =	J =	K =

EXERCICES 1A.2

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_0^1 e^x dx$	$J = \int_1^2 \left(\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x}\right) dx$	$K = \int_0^5 e^{2t} dt$

EXERCICES 1A.3

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_{-1}^1 x\left(x^2 - 1\right)^3 dx$	$J = \int_0^4 \frac{3}{\sqrt{2x+1}} dx$	$K = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICES 1A.1
Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$$I=\int_1^2 x^2dx$$
$$I=\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2$$
$$I=\frac{2^3}{3}-\frac{1^3}{3}$$
$$I=\frac{8}{3}-\frac{1}{3}$$
$$I=\frac{7}{3}$$

$$J=\int_0^2\left(x^5+x^3\right)dx$$
$$J=\left[\frac{x^6}{6}+\frac{x^4}{4}\right]_0^2$$
$$J=\left(\frac{2^6}{6}+\frac{2^4}{4}\right)-\left(\frac{0^6}{6}+\frac{0^4}{4}\right)$$
$$J=\left(\frac{64}{6}+\frac{16}{4}\right)-0$$
$$J=\frac{32}{3}+4=\frac{44}{3}$$

$$K=\int_2^4\frac{dx}{x^2}$$
$$K=\left[-\frac{1}{x}\right]_2^4$$
$$K=\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$K=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$$
$$K=\frac{1}{4}$$

EXERCICES 1A.2
Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$$I=\int_0^1 e^xdx$$
$$I=\left[e^x\right]_0^1$$
$$I=e^1-e^0$$
$$I=e-1$$

$$J=\int_1^2\left(\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x}\right)dx$$
$$J=\left[3\times\left(-\frac{1}{x}\right)-2\ln x\right]_1^2$$
$$J=\left(-\frac{3}{2}-2\ln 2\right)-\left(-\frac{3}{1}-2\ln 1\right)$$
$$J=-\frac{3}{2}-2\ln 2+3=-\frac{3}{2}-2\ln 2+\frac{6}{2}$$
$$J=\frac{3}{2}-2\ln 2$$

$$K=\int_0^5 e^{2t}dt=\frac{1}{2}\times\int_0^5 2e^{2t}dt$$
$$K=\left[\frac{1}{2}e^{2t}\right]_0^5$$
$$K=\frac{1}{2}e^{2\times 5}-\frac{1}{2}e^{2\times 0}$$
$$K=\frac{1}{2}e^{10}-\frac{1}{2}$$

EXERCICES 1A.3
Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$$I=\int_{-1}^1 x\left(x^2-1\right)^3dx$$

On pose $u(x)=x^2-1$

Ainsi : $u'(x)=2x$

$$I=\int_{-1}^1\frac{1}{2}\times 2x\left(x^2-1\right)^3dx$$

Une primitive de $u'(x)u^3(x)$ est

$$\frac{u^4(x)}{4}$$

Une primitive de $\frac{1}{2}\left[u'(x)u^3(x)\right]$

est $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}u^4(x)=\frac{1}{8}u^4(x)$

$$I=\left[\frac{1}{8}\left(x^2-1\right)^4\right]_{-1}^1$$
$$I=\left(\frac{1}{8}\times 0^4\right)-\left(\frac{1}{8}\times 0^4\right)=0$$

$$J=\int_0^4\frac{3}{\sqrt{2x+1}}dt=\frac{3}{2}\int_0^4\frac{2}{\sqrt{2x+1}}dt$$

On pose $u(x)=2x+1$

Ainsi : $u'(x)=2$

Une primitive de $\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$ est :

$$2\sqrt{u(x)}$$

$$J=\left[\frac{3}{2}\times 2\sqrt{2x+1}\right]_0^4$$
$$J=3\sqrt{2\times 4+1}-3\sqrt{2\times 0+1}$$
$$J=3\times 3-3\times 1$$
$$J=6$$

$$K=\int_0^1\frac{1}{x+1}dx$$

On pose $u(x)=x+1$

Ainsi : $u'(x)=1$

Une primitive de $\frac{u'(x)}{u(x)}$ est :

$$\ln\left(u(x)\right)$$

$$K=\left[\ln(x+1)\right]_0^1$$
$$K=\left(\ln(1+1)\right)-\left(\ln(0+1)\right)$$
$$K=\ln 2-\ln 1$$
$$K=\ln 2$$