EXERCICES 1B.1

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_0^2 e^{2x}dx$

$J = \int_0^1 \left(2x^3 + 5x\right)dx$

$K = \int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx$

EXERCICES 1B.2

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_1^e \frac{dx}{x}$

$J = \int_{-1}^1 e^{-x}dx$

$K = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$

EXERCICES 1B.3

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes (on demande les valeurs exactes).

$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{(2x+10)^4}dx$

$J = \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1}}dx$

$K = \int_1^3 \frac{2x}{\left(3x^2+2\right)^3}dx$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER - M. QUET

EXERCICES 1B.1

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$I = \int_0^2 e^{2x}dx$

$I = \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^2$

$I = \left(\frac{1}{2}e^{2\times 2}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{2\times 0}\right)$

$I = \frac{1}{2}e^4-\frac{1}{2}$

$J = \int_0^1 \left(2x^3+5x\right)dx$

$J = \left[2\times\frac{x^4}{4}+5\times\frac{x^2}{2}\right]_0^1$

$J = \left(\frac{1^4}{2}+\frac{5\times 1^2}{2}\right)-\left(\frac{0^4}{2}+\frac{5\times 0^2}{2}\right)$

$J = \left(\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)-0$

$J = 3$

$K = \int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx$

On pose $u(x)=\ln x \rightarrow u'(x)=\frac{1}{x}$

Une primitive de $u'(x)u(x)$ est $\frac{1}{2}u^2(x)$

$K = \left[\frac{1}{2}\ln^2(x)\right]_1^2$

$K = \left(\frac{1}{2}\ln^2(2)\right)-\left(\frac{1}{2}\ln^2(1)\right)=\frac{1}{2}\ln^2(2)$

EXERCICES 1B.2

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$I = \int_1^e \frac{dx}{x}$

$I = \left[\ln x\right]_1^e$

$I = (\ln e)-(\ln 1)$

$I = 1$

$J = \int_{-1}^1 e^{-x}dx$

$J = \left[-e^{-x}\right]_{-1}^1$

$J = \left(-e^{-1}\right)-\left(-e^{-(-1)}\right)$

$J = e-\frac{1}{e}$

$K = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$

On pose $u(x)=x^2+1 \rightarrow u'(x)=2x$

Une primitive de $\frac{1}{2}\times\frac{u'(x)}{u(x)}$ est $\frac{1}{2}\ln(u(x))$

$K = \left[\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\right]_0^1$

$K = \left(\frac{1}{2}\ln\left(1^2+1\right)\right)-\left(\frac{1}{2}\ln\left(0^2+1\right)\right)$

$K = \frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 1=\frac{1}{2}\ln 2$

EXERCICES 1B.3

Calculer les intégrales suivantes en respectant les étapes

$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{(2x+10)^4}dx$ →la V.I. est –5

On pose $u(x)=2x+10 \rightarrow u'(x)=2$

Une primitive de $\frac{1}{2}\times\frac{u'(x)}{u^4(x)}$

est $\frac{1}{2}\times\frac{-1}{3u^3(x)}=-\frac{1}{6u^3(x)}$

$K = \left[-\frac{1}{6(2x+10)^3}\right]_{-1}^1$

$K=\left(-\frac{1}{6(2\times 1+10)^3}\right)-\left(-\frac{1}{6(2\times(-1)+10)^3}\right)$

$K = -\frac{1}{6\times 12^3}+\frac{1}{6\times 8^3}=-\frac{21}{125}$

$J = \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1}}dx$

On pose $u(x)=x+1$

Ainsi : $u'(x)=1$

Une primitive de $\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$

est $2\sqrt{u(x)}$

$J = \left[2\sqrt{x+1}\right]_0^2$

$J = \left(2\sqrt{2+1}\right)-\left(2\sqrt{0+1}\right)$

$J = 2\sqrt{3}-2$

$K = \int_1^3 \frac{2x}{\left(3x^2+2\right)^3}dx$

$u(x)=3x^2+2 \rightarrow u'(x)=6x$

Une primitive de $u'(x)\times u^{-3}(x)$

est $\frac{u^{-2}(x)}{-2}=\frac{-1}{2u^2(x)}$

$K = \int_1^3 \frac{1}{3}u'(x)\times u^{-3}(x)dx$

$K = \left[\frac{1}{3}\times\frac{-1}{2u^2(x)}\right]_1^3$

$K = \frac{-1}{6}\left[\frac{1}{\left(3\times 3^2+2\right)^2}-\frac{1}{\left(3\times 1^2+2\right)^2}\right]$

$K = \frac{-1}{6}\left(\frac{1}{29^2}-\frac{1}{5^2}\right)=\frac{136}{21045}$