Inéquations trigonométriques

Exercice 4B.1 : Approche intuitive

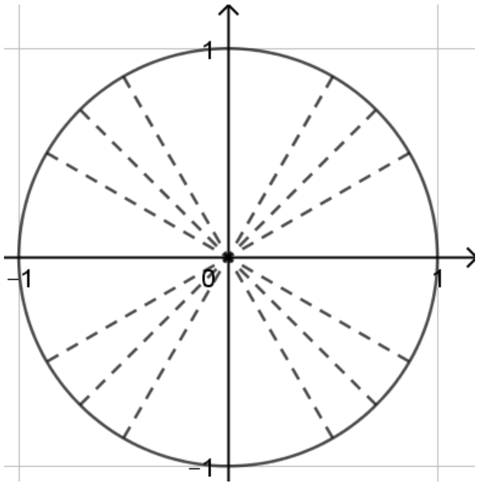
Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle $\left]-\pi\,;\pi\right]$:

a) $\cos x \geq 0$

b) $\sin x \leq 0$

c) $\cos x < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\sin x \geq -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



Exercice 4B.2 : Approche algébrique

Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle I donné :

1) $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$, $\mathrm{I} = \left[-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right]$

2) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} < \cos x \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur $\mathrm{I} = \left]-\pi\,;\pi\right]$

Exercice 4B.3 :

Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle $\mathrm{I} = \left]-\pi\,;\pi\right]$ et sur $\mathrm{J} = \left[0;2\pi\right[$:

1) $2\sin x + \sqrt{2} < 0$

2) $2\sin x + 1 \geq 0$

3) $2\cos x - \sqrt{3} \leq 0$

4) $\sqrt{2}\cos x > 1$

Exercice 4B.4 :

Résoudre les inéquations suivantes sur les intervalles proposés :

1) $4\cos^2 x - 1 < 0$, $\mathrm{I} = \left[0;2\pi\right[$ puis $\mathrm{J} = \left]-\pi\,;\pi\right]$

2) $4\sin^2 x - 3 \leq 0$, $\mathrm{I} = \left]-\pi\,;\pi\right]$ puis $\mathrm{J} = \left[0;2\pi\right[$:

3) $\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\left(-2\sin x + \sqrt{2}\right) \leq 0$ sur $\mathrm{I} = \left]-\pi\,;\pi\right]$

Exercice 4B.5 :

1) Résoudre l'inéquation suivante dans l'intervalle I donné :

$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 > 0$, $\mathrm{I} = \left[0;\pi\right[$

2) Résoudre l'inéquation suivante sur les intervalles $\mathrm{I} = \left]-\pi\,;\pi\right]$ et $\mathrm{J} = \left[0;2\pi\right[$:

$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 \leq 0$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 4B.1 : Approche intuitive

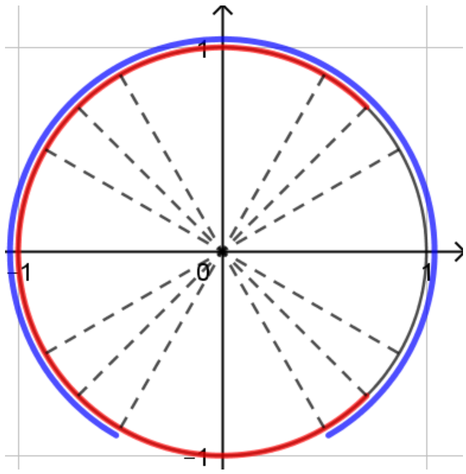
Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle $]-\pi;\pi]$:

a) $\cos x \geq 0$ $\qquad S = \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

b) $\sin x \leq 0$ $\qquad S =]-\pi;0] \cup \{\pi\}$

c) $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad S = \left]-\pi;-\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{\pi}{4};\pi\right]$ (en rouge)

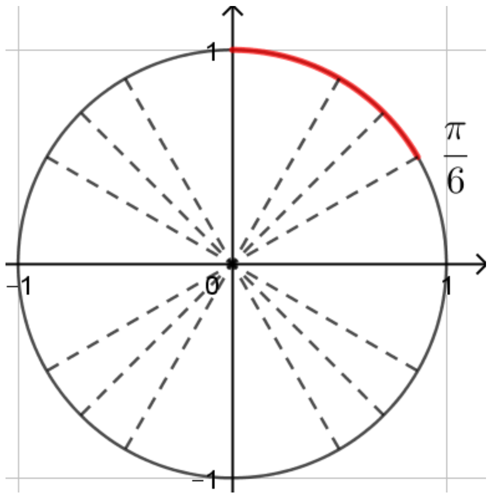
d) $\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad S = \left]-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ (en bleu)



Exercice 4B.2 : Approche algébrique

Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle I donné :

1) $\sin x \geq \frac{1}{2}$ dans $\mathrm{I} = \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$



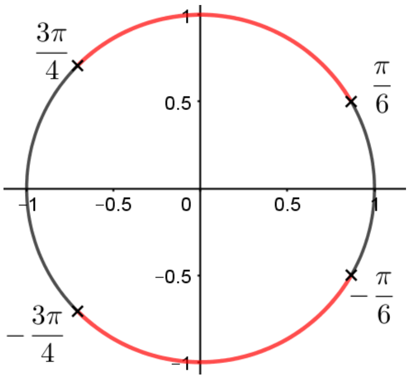
Résolvons d'abord : $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$

soit $x = \frac{\pi}{6} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

soit $x = \pi - \frac{\pi}{6} + k\times 2\pi = \frac{5\pi}{6} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Sur $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, la solution est : $S = \left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$

2) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $\mathrm{I} =]-\pi;\pi]$



Résolvons d'abord : $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{3\pi}{4}$

→ $x = \frac{3\pi}{4} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{6}$

→ $x = \frac{\pi}{6} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = -\frac{\pi}{6} + k\times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Sur $\mathrm{I} =]-\pi;\pi]$, la solution de l'inéquation $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ est :

$$S = \left]-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right[$$

Exercice 4B.3 :

Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$ *et sur* $\mathrm{J}=[0;2\pi[$ *:*

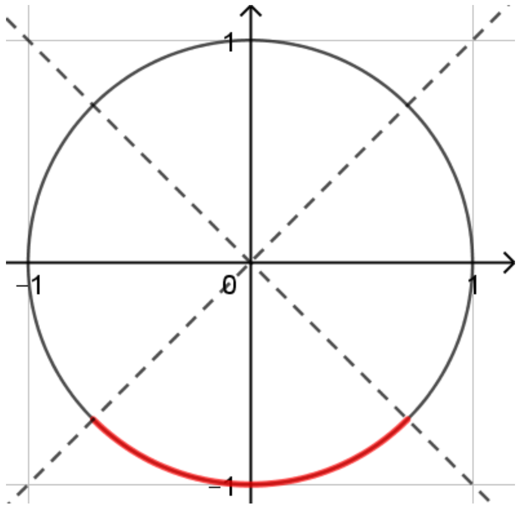
1) $2\sin x+\sqrt{2}<0 \iff \sin x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Résolvons d'abord : $\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \iff \sin x=\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$

soit $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,

soit $x=\pi-\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+k\times 2\pi=\dfrac{5\pi}{4}+k\times 2\pi x$

$=-\dfrac{3\pi}{4}+k'\times 2\pi x$, $k'\in\mathbb{Z}$



On résout l'inéquation $\sin x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$:

sur $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\dfrac{3\pi}{4};-\dfrac{\pi}{4}\right[$

sur $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left]\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right[$

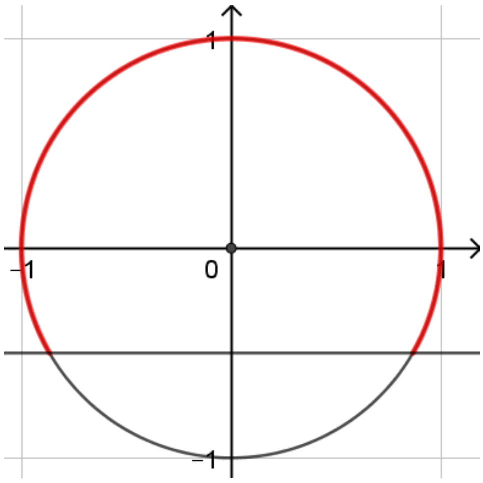
2) $2\sin x+1\geq 0 \iff \sin x\geq-\dfrac{1}{2}$

Résolvons d'abord : $\sin x\geq-\dfrac{1}{2} \iff \sin x=\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

soit $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,

soit $x=\pi-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+k\times 2\pi=\dfrac{7\pi}{6}+k\times 2\pi x$

$=-\dfrac{5\pi}{6}+k'\times 2\pi x$, $k'\in\mathbb{Z}$



On résout l'inéquation $\sin x\geq-\dfrac{1}{2}$:

sur $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\pi;-\dfrac{5\pi}{6}\right]\cup\left[-\dfrac{\pi}{6};\pi\right]$

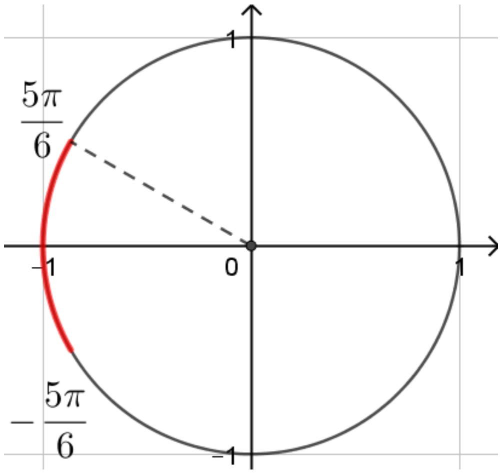
sur $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left[0;\dfrac{7\pi}{6}\right[\cup\left[\dfrac{11\pi}{6};2\pi\right[$

3) $2\cos x-\sqrt{3}\le 0 \iff \cos x\le -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Résolvons d'abord : $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2} \iff \cos x=\cos\dfrac{5\pi}{6}$

soit $x=\dfrac{5\pi}{6}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,

soit $x=-\dfrac{5\pi}{6}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$



On résout l'inéquation $\cos x\le -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$:

sur $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\pi;-\dfrac{5\pi}{6}\right]\cup\left[\dfrac{5\pi}{6};\pi\right]$

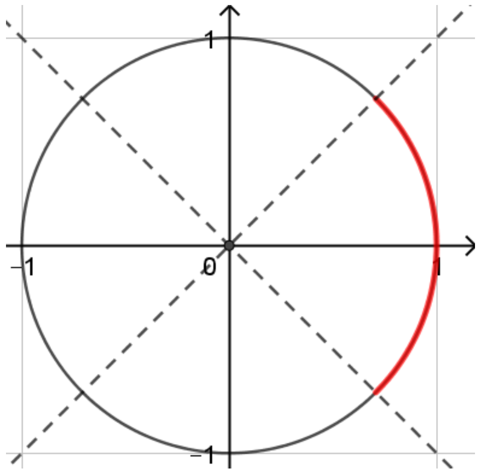
sur $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left[\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{7\pi}{6}\right]$

4) $\sqrt{2}\cos x>1 \iff \cos x>\dfrac{1}{\sqrt{2}} \iff \cos x>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Résolvons d'abord : $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \iff \cos x=\cos\dfrac{\pi}{4}$

soit $x=\dfrac{\pi}{4}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,

soit $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$



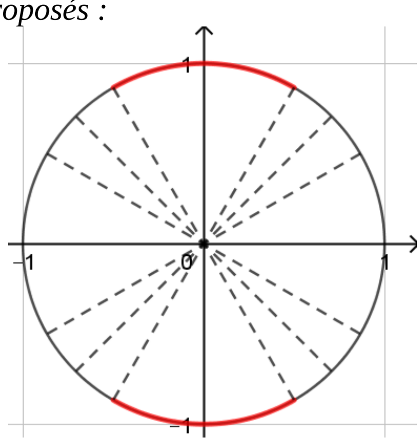
On résout l'inéquation $\cos x>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$:

sur $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right[$

sur $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right[\cup\left]\dfrac{7\pi}{4};2\pi\right[$

Exercice 4B.4 : *Résoudre les inéquations suivantes sur les intervalles proposés :*

1) $4\cos^2 x-1<0$ sur $\mathrm{I}=[0;2\pi[$ puis $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$



Les solutions de l'inéquation $4\cos^2 x-1<0 \iff \cos^2 x<\dfrac{1}{4}$

$\iff |\cos x|<\dfrac{1}{2} \iff -\dfrac{1}{2}<\cos x<\dfrac{1}{2}$ sont :

sur l'intervalle $[0;2\pi[$: $S=\left]\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right[\cup\left]\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3}\right[$

sur l'intervalle $]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\dfrac{2\pi}{3};-\dfrac{\pi}{3}\right[\cup\left]\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right[$

Autre méthode :

Résolvons d'abord l'équation trigonométrique :

$$4\cos^2 x-1=0 \iff (2\cos x)^2-1^2=0 \iff (2\cos x+1)(2\cos x-1)=0$$

soit $2\cos x+1=0 \iff \cos x=-\dfrac{1}{2}$, d'où : soit $x=\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=-\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

soit $2\cos x-1=0 \iff \cos x=\dfrac{1}{2}$, d'où : soit $x=\dfrac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

→sur le cercle trigonométrique, on obtient 4 points A, B, C, D.

Les solutions de l'équation $4\cos^2 x-1=0$ sont :

Sur l'intervalle $[0;2\pi[$: $S=\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3}\right\}$

Sur l'intervalle $]-\pi;\pi]$: $S=\left\{-\dfrac{2\pi}{3};-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right\}$

Etude du signe :

$2\cos x+1>0 \iff \cos x>-\dfrac{1}{2}$ et $2\cos x-1>0 \iff \cos x>\dfrac{1}{2}$

x	$-\pi$		$-\frac{2\pi}{3}$		$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		π
$2\cos x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$2\cos x-1$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$4\cos^2 x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

sur l'intervalle $]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\dfrac{2\pi}{3};-\dfrac{\pi}{3}\right[\cup\left]\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right[$

2) $4\sin^2 x-3\le 0$

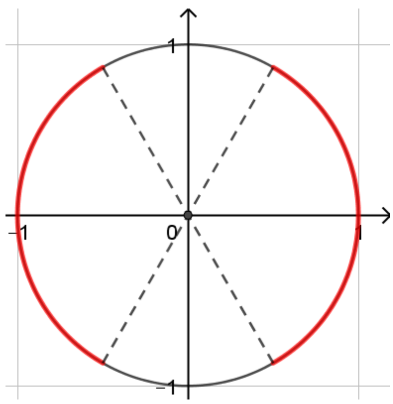
Première méthode : Rapide

Les solutions de l'inéquation $4\sin^2 x-3\le 0 \iff \sin^2 x\le\dfrac{3}{4}$

$\iff |\sin x|\le\dfrac{\sqrt{3}}{2} \iff -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le\sin x\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sont :

sur l'intervalle $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\pi;-\dfrac{2\pi}{3}\right]\cup\left[-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right]\cup\left[\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$

sur l'intervalle $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left[0;\dfrac{\pi}{3}\right]\cup\left[\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{4\pi}{3}\right]\cup\left[\dfrac{5\pi}{3};2\pi\right[$



Deuxième méthode : Sportive

$4\sin^2 x-3\le 0 \iff \sin^2 x-\dfrac{3}{4}\le 0 \iff \left(\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\le 0$

soit $\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=0 \iff \sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, d'où : soit $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=-\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$

soit $\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=0 \iff \sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, d'où : soit $x=\dfrac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$

→sur le cercle trigonométrique, on obtient 4 points A, B, C, D.

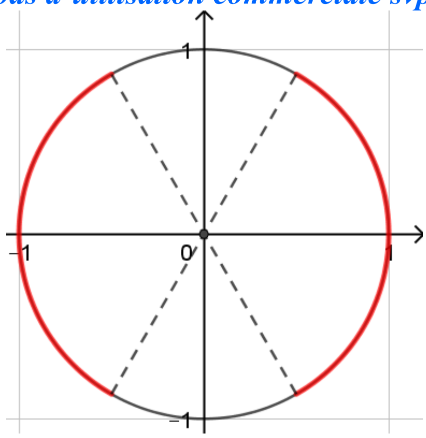
→on teste des valeurs : $4\sin^2 0-3\le 0$, $4\sin^2\dfrac{\pi}{2}-3>0$, $4\sin^2\pi-3\le 0$, $4\sin^2\dfrac{3\pi}{2}-3>0$

→on identifie les valeurs solutions sur le cercle trigonométrique

Les solutions de l'équation $4\sin^2 x-3\leq 0$ sont :

sur l'intervalle $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right]\cup\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$

sur l'intervalle $\mathrm{J}=[0;2\pi[$: $S=\left[0;\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{3};2\pi\right[$



Troisième méthode : Avec un tableau de signes à partir de : $\left(\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\leq 0$

Etude du signe de $\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$: soit $x=-\frac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=-\frac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$

Etude du signe de $\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$: soit $x=\frac{\pi}{3}+k\times 2\pi$, soit $x=\frac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}>0 \Leftrightarrow \sin x>-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}>0 \Leftrightarrow \sin x>\frac{\sqrt{3}}{2}$

x	$-\pi$		$-\frac{2\pi}{3}$		$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		π
$\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}$		+	0	−	0	+		+	0	+	
$\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}$		−		−		−	0	+	0	−	
$4\sin^2 x-3$		−	0	+	0	−	0	+	0	−	

sur l'intervalle $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$: $S=\left]-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right]\cup\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$

3) $\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)\left(-2\sin x+\sqrt{2}\right)\leq 0$ sur $\mathrm{I}=]-\pi;\pi]$

$2\cos x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ ou $x=-\frac{\pi}{6}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\rightarrow 2\cos x-\sqrt{3}>0 \Leftrightarrow \cos x>\frac{\sqrt{3}}{2}$ si $x\in\left]-\frac{\pi}{6}+k\times 2\pi;\frac{\pi}{6}+k\times 2\pi\right[$, $k\in\mathbb{Z}$

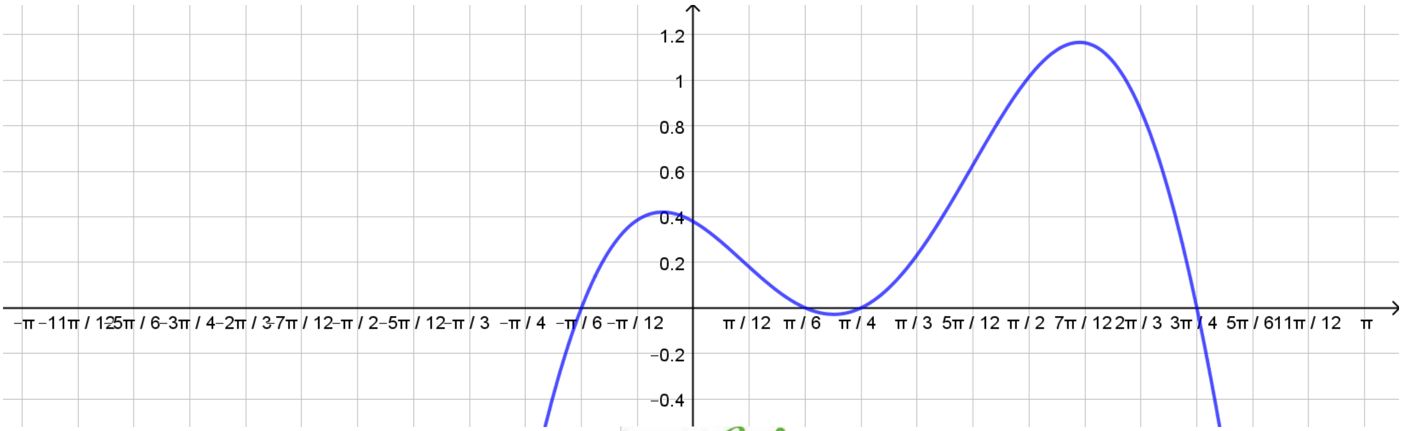
$-2\sin x+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ ou $x=\frac{3\pi}{4}+k\times 2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\rightarrow -2\sin x+\sqrt{2}>0 \Leftrightarrow \sin x<\frac{\sqrt{2}}{2}$ si :

$$x\in\left]-\pi+k\times 2\pi;\frac{\pi}{4}+k\times 2\pi\right[\cup\left]\frac{3\pi}{4}+k\times 2\pi;\pi+k\times 2\pi\right],\ k\in\mathbb{Z}$$

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$2\cos x-\sqrt{3}$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$		$-$	
$-2\sin x+\sqrt{2}$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

sur l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$: $S=\left]-\pi\,;-\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4};\pi\right]$



Exercice 4B.5 :

1) *Résoudre l'inéquation suivante dans l'intervalle I donné :*

$$2\sin^2 x-5\sin x+2>0 \quad , \quad \mathrm{I}=[0;\pi[$$

Résolvons d'abord l'équation : $2\sin^2 x-5\sin x+2=0$

on pose : $\mathrm{X}=\sin x$, cette équation devient : $2\mathrm{X}^2-5\mathrm{X}+2=0$

calcul du discriminant : $\Delta=(-5)^2-4\times2\times2=25-16=9=3^2$

les solutions sont : $\mathrm{X}_1=\frac{-(-5)-3}{2\times2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $\mathrm{X}_2=\frac{-(-5)+3}{2\times2}=\frac{8}{4}=2$

or $\mathrm{X}=\sin x$ donc soit $\sin x=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$: $x=\frac{\pi}{6}+k\times2\pi$ ou $x=\pi-\frac{\pi}{6}+k\times2\pi=\frac{5\pi}{6}+k\times2\pi$

soit $\sin x=2$, cette deuxième équation n'ayant pas de solution

donc sur l'intervalle $[0;\pi[$, les solutions de l'équation $2\mathrm{X}^2-5\mathrm{X}+2=0$ sont $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$.

A partir des racines de l'équation, on peut factoriser l'inéquation $2\mathrm{X}^2-5\mathrm{X}+2>0$:

$$2\mathrm{X}^2-5\mathrm{X}+2=2\left(\mathrm{X}-\frac{1}{2}\right)(\mathrm{X}-2)$$

donc $\quad 2\sin^2 x-5\sin x+2>0 \iff 2\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)(\sin x-2)>0$

Première méthode : approche intuitive

Pour tout $x\in[0;\pi[$: $\sin x-2<0$ et $\sin x-\frac{1}{2}<0 \iff \sin x<\frac{1}{2}$

donc $S=\left[0;\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{5\pi}{6};\pi\right]$

Deuxième méthode : on réalise un tableau de signes …

2) *Résoudre l'inéquation suivante sur l'intervalle* $\mathrm{I}=\left]-\pi;\pi\right]$ *et sur* $\mathrm{J}=\left[0;2\pi\right[$ *:*

$$2\cos^2 x-3\cos x-2\leq 0$$

Résolvons d'abord l'équation : $2\cos^2 x-3\cos x-2=0$

on pose : $\mathrm{X}=\cos x$, cette équation devient : $2\mathrm{X}^2-3\mathrm{X}-2=0$

calcul du discriminant : $\Delta=(-3)^2-4\times 2\times(-2)=9+16=25=5^2$

les solutions sont : $\mathrm{X}_1=\dfrac{-(-3)-5}{2\times 2}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$ et $\mathrm{X}_2=\dfrac{-(-3)+5}{2\times 2}=\dfrac{8}{4}=2$

or $\mathrm{X}=\cos x$ donc soit $\cos x=-\dfrac{1}{2}=\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$: $x=\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$ ou $x=-\dfrac{2\pi}{3}+k\times 2\pi$

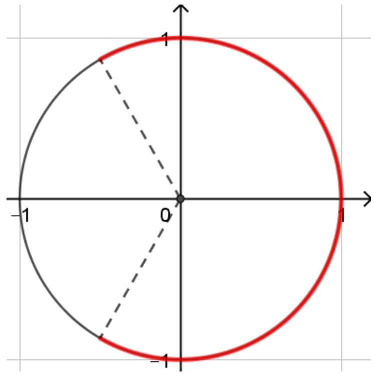
soit $\cos x=2$, cette deuxième équation n'ayant pas de solution

donc sur l'intervalle $\left[0;\pi\right[$, les solutions de l'équation $2\mathrm{X}^2-5\mathrm{X}+2=0$ sont $\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$.

A partir des racines de l'équation, on peut factoriser l'inéquation $2\mathrm{X}^2-3\mathrm{X}-2\leq 0$:

$$2\mathrm{X}^2-3\mathrm{X}-2=2\left(\mathrm{X}+\frac{1}{2}\right)(\mathrm{X}-2)$$

donc $2\cos^2 x-3\cos x-2\leq 0 \Leftrightarrow 2\left(\cos x+\dfrac{1}{2}\right)(\cos x-2)\leq 0$



Première méthode : approche intuitive

Pour tout $x\in\left[0;\pi\right[$: $\cos x+\dfrac{1}{2}\leq 0 \Leftrightarrow \cos x\leq -\dfrac{1}{2}$ et $\cos x-2<0$

donc : $2\cos^2 x-3\cos x-2\leq 0 \Leftrightarrow \cos x\geq -\dfrac{1}{2}$

ainsi : $S=\left[0;\dfrac{\pi}{6}\right[\cup\left]\dfrac{5\pi}{6};\pi\right]$

sur l'intervalle $\mathrm{I}=\left]-\pi;\pi\right]$: $S=\left[-\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right]$

sur l'intervalle $\mathrm{J}=\left[0;2\pi\right[$: $S=\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]\cup\left[\dfrac{4\pi}{3};2\pi\right[$

Deuxième méthode : on réalise un tableau de signes