

Arrangements

Exercice 1D.1 : Calculer : A_7^3 ; A_{60}^2 .

Exercice 1D.2 :

Dans une classe de 30 élèves, on veut former une équipe de 3 délégués ayant chacun un rôle :
le délégué , le 1^e adjoint et le 2^e adjoint
Combien y a-t-il de distributions possibles de ces rôles ?

Exercice 1D.3

Un manufacturier confectionne des chemises de 12 couleurs, chaque couleur en 8 pointures de col et chaque pointure de col en 3 longueurs de manches. Combien de chemises différentes confectionnent-ils ?

Exercice 1D.4

Sur le trajet d'un train, il y a 10 gares. On imprime un billet différent selon l'endroit où l'on prend le train et selon l'endroit où l'on projette de se rendre. Combien de sortes de billets doit-on faire imprimer si l'on considère aussi bien les voyages dans une direction que dans l'autre ?

Exercice 1D.5

Une ligue de football comprend 6 équipes. Combien de parties doivent se jouer dans une saison si chacune des équipes rencontre l'autre une fois à domicile ?

Exercice 1D.6

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze.
Combien y a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr...) ?

Exercice 1D.7

Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Bal des Terms : le succès ".
Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.
Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice 1D.8

Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.

- 1) Combien de résultats peut-on obtenir ?
- 2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Exercice 1D.9

Une agence de voyages propose un circuit touristique comprenant quatre des douze capitales de la Communauté économique européenne (CEE).

Pour définir un circuit, on suppose que chaque capitale n'est visitée qu'une fois et on tient compte de l'ordre de visite de ces capitales ; par exemple, le circuit : " Paris, Madrid, Rome, Athènes " diffère du circuit : " Athènes, Rome, Paris, Madrid ".

1. Combien y a-t-il de circuits différents ?

Dans la suite, on suppose que chaque capitale a la même probabilité d'être choisie.

2. Calculer la probabilité de l'événement suivant : le circuit commence à Paris. (Le résultat de cette question sera donné sous forme de fraction irréductible).
3. Si le circuit commence à Paris, quelle est la probabilité pour que Madrid et Rome fassent partie du circuit ? (Ce résultat sera donné sous forme de fraction irréductible).

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 1D.1 :

$$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$A_{60}^2 = 60 \times 59 = 3540$$



Exercice 1D.2 :

Dans une classe de 30 élèves, on veut former une équipe de 3 délégués ayant chacun un rôle : le délégué, le 1^e adjoint et le 2^e adjoint

Combien y a-t-il de distributions possibles de ces rôles ?

Il y a ordre mais pas répétition : une équipe de 3 délégués est un arrangement de 3 éléments parmi 30 élèves. Le nombre d'arrangements est :

$$A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24\,360 \text{ distributions possibles.}$$



Exercice 1D.3 :

Un manufacturier confectionne des chemises de 12 couleurs, chaque couleur en 8 pointures de col et chaque pointure de col en 3 longueurs de manches. Combien de chemises différentes confectionnent-ils ?

Il confectionne $12 \times 8 \times 3 = 288$ chemises différentes.



Exercice 1D.4 :

Sur le trajet d'un train, il y a 10 gares. On imprime un billet différent selon l'endroit où l'on prend le train et selon l'endroit où l'on projette de se rendre. Combien de sortes de billets doit-on faire imprimer si l'on considère aussi bien les voyages dans une direction que dans l'autre ?

10 choix pour la gare de départ et 9 choix pour la gare d'arrivée : $10 \times 9 = 90$.



Exercice 1D.5 :

Une ligue de football comprend 6 équipes. Combien de parties doivent se jouer dans une saison si chacune des équipes rencontre l'autre une fois à domicile ?

Chaque équipe réalise 5 matchs à domicile, donc en tout se disputent

$$6 \times 5 = 30 \text{ matchs.}$$



Exercice 1D.6

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze.

Combien y a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr...) ?

Un tel podium est un arrangement de 3 athlètes choisis parmi l'ensemble des 18 athlètes (l'ordre compte et il ne peut y avoir de répétition, un athlète ne pouvant remporter deux médailles simultanément).

Il existe donc :

$$A_{18}^3 = \frac{18!}{(18-3)!} = 18 \times 17 \times 16 = 4896 \text{ podiums différents.}$$



Exercice 1D.7

Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Bal des Terms : le succès ".

Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Le fait d'attribuer un rôle à chaque élève de terminale induit un ordre dans le choix des trois élèves.

En effet, le choix (Pierre, Paul, Jacques) est différent de (Paul, Pierre, Jacques), car dans le premier cas, c'est Pierre qui est président, alors que c'est Paul dans le deuxième cas)

Un bureau est donc un arrangement de 3 élèves choisis parmi l'ensemble des 24 élèves.

Il existe donc :

$$A_{24}^3 = \frac{24!}{(24-3)!} = 24 \times 23 \times 22 = 12144 \text{ bureaux différents.}$$



Exercice 1D.8

Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.

1) Combien de résultats peut-on obtenir ?

Ce sont des sélections avec remise à partir des six premiers entiers. Le nombre de résultats est :

$$6^6 = 46656$$

Il y a 46 656 choix possibles.

2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Si ces nombres sont distincts, nous devons dénombrer les permutations des six entiers.

Il y aura $6! = 720$ choix possibles.



Exercice 1D.9

Une agence de voyages propose un circuit touristique comprenant quatre des douze capitales de l'ancienne Communauté économique européenne (CEE).

Pour définir un circuit, on suppose que chaque capitale n'est visitée qu'une fois et on tient compte de l'ordre de visite de ces capitales ; par exemple, le circuit : " Paris, Madrid, Rome, Athènes " diffère du circuit : " Athènes, Rome, Paris, Madrid ".

1. Combien y a-t-il de circuits différents ?

Dans la suite, on suppose que chaque capitale a la même probabilité d'être choisie.

2. Calculer la probabilité de l'événement suivant : le circuit commence à Paris. (Le résultat de cette question sera donné sous forme de fraction irréductible).

3. Si le circuit commence à Paris, quelle est la probabilité pour que Madrid et Rome fassent partie du circuit ? (Ce résultat sera donné sous forme de fraction irréductible).

1. Un circuit correspond à un arrangement de 4 éléments de l'ensemble des 12 capitales de la C.E.E. (l'ordre intervient et les éléments doivent être distincts).

Le nombre des circuits est : $A_{12}^4 = \frac{12!}{(12-4)!} = 12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11880$ circuits différents.

2. Chacune des capitales a la même probabilité d'être choisie en premier. Comme il y a 12 capitales, chacune d'entre elles, et en particulier Paris, a une chance sur 12 d'être la première étape du circuit. La probabilité cherchée est donc : $1/12$.

3. Le circuit commence à Paris. Pour le nombre de circuits possibles : il faut compléter par trois capitales distinctes en tenant compte de l'ordre dans lequel elles sont visitées.

Il y a donc $A_{11}^3 = \frac{11!}{(11-3)!} = 11 \times 10 \times 9 = 990$ circuits possibles.

Les capitales Madrid et Rome se positionnent avec ordre sur les trois places restantes, et neuf autres capitales peuvent occuper la quatrième place. Le nombre de circuits possibles est :

$$9 \times A_3^2 = 9 \times \frac{3!}{(3-2)!} = 54$$

La probabilité cherchée est alors :

$$\frac{9 \times A_3^2}{A_{11}^3} = \frac{54}{990} = \frac{6}{110} = \frac{3}{55}$$